

Elevers strategier for løsning av matematikkoppgaver

*En sammenligning av noen sterke og svake
elever på 9. trinn*

Ingunn Abusdal



Masteroppgave i realfagdidaktikk
Institutt for lærerutdanning og skoleforskning
Utdanningsvitenskapelig fakultet

UNIVERSITETET I OSLO

Våren 2011

© Ingunn Abusdal

Våren 2011

Elevs strategier for løsning av matematikkoppgaver: En sammenligning av noen sterke og svake elever på 9. trinn

Ingunn Abusdal

<http://www.duo.uio.no/>

Trykk: Reprosentralen, Universitetet i Oslo

Sammendrag

Temaet for min masteroppgave er å undersøke hvilke strategier sterke og svake elever bruker når de løser matematikkoppgaver. Det gjør jeg ved å studere løsningsstrategier som tre sterke og tre svake elever bruker i begynnelsen av 9. trinn. Mitt forskningsspørsmål er derfor:

”Hva kjennetegner noen sterke og svake elevers bruk av strategier ved løsning av matematikkoppgaver?”

Teori

Som teoretisk rammeverk tar jeg utgangspunkt i Mason, Burton og Stacey (2010) sin inndeling av løsningsprosessen i entry (gå inn i), attack (angripe) og review (evaluere). Ut fra denne inndelingen ser jeg på hvordan de ulike elevene opptrer i forbindelse med disse fasene under oppgaveløsning. Jeg benytter meg også av resultater fra Schoenfeld (1992) sin undersøkelse av hva som skiller gode og mindre gode problemløsere og hvordan de løser oppgaver. Sowder (1988) referert i Sowder (1989) fant i sin undersøkelse syv strategier som elevene benyttet for å velge løsningsmetode. Jeg har sammenlignet mine elevers bruk av disse strategiene, med hans funn for svake og sterke elever. Sterner og Lundberg (2002) presenterer strategier konstruktive lesere anvender for å forstå innholdet. Disse strategiene blir benyttet for å se på hva de to gruppene i undersøkelsen min gjør for å forstå innholdet i oppgaveteksten og hva oppgaven spør om.

Metode

Elevene i undersøkelsen er delt i to grupper med tre elever i hver, hvor den ene består av sterke og den andre av svake elever. Undersøkelsen de var med på var todelt. Den første delen bestod av oppgaveløsning, mens den andre delen var et intervju. Oppgaveløsningen foregikk ved at elevene hver for seg fikk tre algebraiske oppgaver fra TIMSS 2007 for 8. trinn som de skulle løse. Oppgavene var på tre ulike nivåer og de ble bedt om å snakke høyt om hvordan de tenkte mens de løste oppgavene. Da eleven sa seg ferdig med oppgaveløsningen gikk vi direkte over i en intervjudel. Både oppgaveløsningen og intervjuet foregikk med kun en elev til stede.

Resultater og konklusjoner

Ved analyser av oppgaveløsingen og intervjuene kan man se at det er flere ulikheter mellom gruppene av sterke og svake elever. Man ser at de sterke elevene i større grad bruker god tid i entry-fasen før de starter på attack-fasen. Det er viktig for dem å forstå oppgaveteksten og de anvender mange ulike strategier for å øke forståelsen. De svake elevene anstrenger seg i mindre grad for å forstå oppgaven før de begynner på den, og noen ganger kan de også unnlate å lese hele oppgaveteksten før de begynner å løse den. Dette skiller seg fra de sterke elevene som alltid leser hele oppgaveteksten og gjerne går tilbake for å lese den flere ganger hvis de ikke forstår den. De sterke elevene bruker i større grad visualisering ved at de tegner opp figurer og ser de for seg i hodet. I motsetning til to av de svake elevene som har et større fokus på tall. De ser bare for seg tall når de jobber med en oppgave og ser ikke tallene i sammenheng med teksten.

Elevgruppene skiller seg fra hverandre i attack-fasen ved at de svake elevene hurtig går gjennom det repertoaret av strategier som de besitter. De sterke elevene prøver iherdig på en strategi før de prøver en ny strategi hvis den første ikke fører frem. Mange av strategiene, som utgjør de svake elevenes sitt repertoar, er heller ikke hensiktsmessige å benytte. De sterke elevene i undersøkelsen benytter flere ulike strategier ved løsningen av TIMSS-oppgavene enn de svake. Dette kan tyde på at de sterke elevene i undersøkelsen har et større repertoar av strategier enn de svake. De sterke elevene har også større utholdenhet ved løsning av oppgaver. De bruker lengre tid og de gir ikke så lett opp når de forsøker en strategi.

Review-fasen er nesten ukjent for de svake elevene, mens de sterke som oftest benytter seg av denne fasen. Den sterke eleven som presterer best på TIMSS-oppgavene er den eneste eleven som systematisk går gjennom oppgavene til slutt og bruker flere hensiktsmessige strategier for å sjekke løsningen.

Forord

Selv har jeg alltid elsket å jobbe med matematikk. Når jeg var liten kunne jeg sitte i helgene hjemme hos farmor og regne ekstraoppgaver bare fordi jeg syntes det var gøy. I den senere tid har jeg både gjennom samtaler med mennesker og observasjon i skolen innsett at ikke alle deler denne gleden like sterkt. Noe annet jeg som liten likte godt var når det ble laget skattekart eller rebus til oss barna. For meg har masteroppgaven vært som en skattejakt hvor jeg har funnet mange skjulte tenkemåter og oppfatninger blant elevene som jeg ikke visste fantes. Jeg synes derfor det har vært spennende å bruke et halvt år på to ting jeg i barndommen syntes var spennende og gøy og som jeg i voksen alder også kan se gleden i.

Først vil jeg rette en stor takk til mine veiledere Liv Sissel Grønmo og Torgeir Onstad. Jeg vil også takke Trude Nilsen for veiledende hjelp til oppgaven. Deres faglige kompetanse og synspunkter har vært til stor hjelp under hele oppgaveskrivingen.

Takk til læreren som lånte meg seks av elevene sine og takk til elevene som sa seg villig til å delta i undersøkelsen ved å regne oppgaver og la seg intervjuet. Uten dem ville det ikke vært mulig å gjennomføre denne oppgaven.

Takk til venner og familie for deres støtte og tålmodighet dette halvåret og særlig den siste tiden hvor det har vært svært hektisk og jeg ikke har tenkt på særlig annet enn masteroppgaven min. Jeg vil takke mine medstudenter gjennom flere års studier ved Universitetet i Oslo.

Takk til Ole Andreas Røsok og Grethe Abusdal som har lest korrektur.

Ingunn Abusdal

Oslo, mai 2011

Innholdsfortegnelse

1	INNLEDNING OG PROBLEMSTILLING	1
1.1	FORSKNINGSSPØRSMÅL	1
1.2	TIMSS	2
1.3	OPPBYGNING	3
2	TEORI	5
2.1	KJENNETEGN PÅ FLINKE MATEMATIKKELEVER	5
2.2	FASER I LØSINGSPROSESSEN	6
2.3	ET PROBLEMLØSINGSFORSØK	10
2.4	ULIKE INNDELINGER AV FASER I LØSINGSPROSESSEN	12
2.5	MATEMATISK KUNNSKAP OG FORSTÅELSE	13
2.6	LESING OG MATEMATIKK	14
2.7	VALG AV LØSINGSSTRATEGIER	15
2.8	ULIKE LØSINGSSTRATEGIER	18
3	METODE	23
3.1	UTVALG	23
3.2	DATAKILDE	24
3.3	INTERVJUFORMEN	26
3.4	TRANSKRIBERING AV UNDERSØKELSENE	27
3.5	ANALYSERING AV DATA	28
3.6	ETIKK	28
4	ELEVENES LØSING AV TIMSS-OPPGAVENE	30
4.1	OPPGAVENE	30
4.2	LESESTRATEGIER	37
4.3	LØSINGSSTRATEGIER	41
5	INTERVJUENE	47
5.1	ENTRY	47
5.2	ATTACK	52
5.3	REVIEW	55
6	SAMMENLIGNING AV RESULTATER FRA OPPGAVE- OG INTERVJUDEL	59
6.1	ENTRY	59
6.2	ATTACK	60
6.3	REVIEW	61
7	KONKLUSJON	63
7.1	SAMMENDRAG AV UNDERSØKELSEN	63
7.2	KONKLUSJON	63
7.3	REFLEKSJONER PÅ UNDERSØKELSEN OG VIDERE FORSKNING	67
	LITTERATURLISTE	69
	VEDLEGG 1: ORIENTERING TIL ELEVENE I FORKANT AV UNDERSØKELSEN	71
	VEDLEGG 2: SPØRSMÅL TIL INTERVJU	72

1 Innledning og problemstilling

1.1 Forskningsspørsmål

Mye har blitt skrevet om løsningsstrategier og at bruken av disse kan påvirke elevenes resultater (Suydam, 1989)(Kantowski, 1977; Kilpatrick, 1967; Lucas, 1974 ref. i Schoenfeld, 1992). Likevel så jeg da jeg var i praksis under min praktisk-pedagogisk utdanning at løsningsstrategier hadde lite fokus i undervisningen. Elevene jeg da underviste hadde svært ulike strategier for å løse matematikkoppgaver. Det var lite fokus på å undersøke hvilke løsningsstrategier elevene benyttet. Det var heller ikke noe forsøk på å bevisstgjøre elevene på hvordan det er mest hensiktsmessig å angripe en oppgave. Uten kunnskap om hvilke løsningsstrategier de ulike elevene benytter og hvilke som er mest hensiktsmessige vil det være vanskelig å hjelpe elevene til å utvikle et bredt repertoar av hensiktsmessige løsningsstrategier.

Temaet for min masteroppgave er: ”**Å undersøke hvilke strategier sterke og svake elever bruker når de løser matematikkoppgaver.**” Det gjør jeg ved å studere løsningsstrategier som tre sterke og tre svake elever bruker.

Forskningsspørsmål for oppgaven:

Hva kjennetegner noen sterke og svake elevers bruk av strategier ved løsning av matematikkoppgaver?

Resultatene fra TIMSS 2007 viser at norske åttendeklassingers prestasjoner i matematikk har sunket siden 1995 (Grønmo, 2009). På bakgrunn av de synkende TIMSS prestasjonene og mine observasjoner i praksis ønsker jeg derfor i denne masteroppgaven å undersøke om svake prestasjoner kan ha sammenheng med elevers bruk av løsningsstrategier. Elevene som blir undersøkt er i likhet med TIMSS-elevne i 14-årsalderen. Ulikheten er at de går på første del av 9. trinn og ikke siste del av 9. trinn.

1.2 TIMSS

Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) er en internasjonal komparativ studie. Undersøkelsen blir i grunnskolen utført på 4. og 8. trinn innenfor matematikk og naturfag. Hensikten med undersøkelsen er å sammenligne elevprestasjoner, både mellom land og over tid, og å knytte resultatene til ulike variabler som for eksempel kjønn, holdninger og faglig selvtilit (Grønmo, 2009). I TIMSS 2007 scoret Norge fortsatt signifikant lavere enn det skalerte internasjonale gjennomsnittet på 500 poeng (Grønmo, 2009), likevel har det vært en signifikant fremgang av elevenes prestasjoner fra 2003 til 2007 både på 4. og 8. trinn (Grønmo & Bergem, 2009b).

I forbindelse med TIMSS 2007 har det blitt utviklet en poengskala som beskriver hvilken kompetansetype elevene har ved ulike poengsummer. Ved en poengsum over 625 er eleven på avansert nivå, 550 på høyt nivå, 475 på middels nivå og 400 på lavt nivå. (Grønmo & Bergem, 2009b). Elevene som er på et nivå vil i tillegg til å ha kompetansen på dette nivå også ha kompetansen for alle nivåene under det nivået de befinner seg på (Grønmo & Bergem, 2009b).

I rapporten sammenlignes Norge med referanseland. Disse landene er valgt ut på bakgrunn av at de skal representere land med ulike undervisningsprofiler, deltakelse på både 4. og 8. trinn og at alderen på de ulike trinnene i referanselandene og Norge samsvarer. I TIMSS-rapporten er Australia, Italia, Japan og Slovenia valgt som referanseland (Grønmo, 2009). Senere i oppgaven henviser referanseland til de fire landene nevnt over. På 8. trinn har alle referanselandene elever på avansert nivå. Norge har få eller ingen elever på dette nivået. I tillegg ligger en ganske stor gruppe norske elever, omtrent 15 prosent, under laveste nivå (400) (Grønmo & Bergem, 2009b). Det er få norske elever på høyt kompetansenivå og en ganske stor del på laveste kompetansenivå (Grønmo & Bergem, 2009b).

Elevene på 8. trinn i TIMSS 2007 ble målt innenfor emneområdene tall, algebra, geometri og statistikk (Mullis et al. 2008a ref. i Grønmo & Bergem, 2009b). De norske elevene presterte dårligere enn referanselandene innenfor algebra og geometri på 8. trinn. På emnene tall og statistikk var det kun Italia som var svakere enn de norske elevene. Innenfor alle fire emnene unntatt statistikk scorer norske elever under det skalerte gjennomsnittet. Algebra var det emnet norske elever scoret desidert dårligst på (Grønmo & Bergem, 2009b).

1.3 Oppbygning

Denne masteroppgaven omhandler strategier ved løsning av matematikkoppgaver. Oppgaven er inndelt slik at det først kommer en teoridel som danner bakgrunnen for de senere kapitlene. Denne delen ser først på kjennetegn det kan tyde på at flinke matematikkelever har. Deretter presenteres faser løsningsprosessen kan deles inn i. Mason, Burton og Stacey (2010) benytter fasene entry (gå inn i), attack (angripe) og review (evaluere). Jeg har valgt å beholde disse engelske begrepene i oppgaven fordi de kan være vanskelige å oversette. Schoenfeld (1992) utførte en studie av hvordan en matematiker og en gjennomsnittlig elev løser oppgaver og hva som skiller dem. Dette studiet og dets resultater blir så lagt frem. Etter dette blir ulike inndelinger av løsningsprosessen sammenlignet. Det kommer så en presentasjon over hva det vil si at eleven har matematisk kunnskap og forståelse. Lesing kan knyttes til matematikk og det blir sett på sammenhengen mellom ferdigheter innenfor disse to områdene og hvilken betydning leseferdigheter har på prestasjoner i matematikk. Til slutt i teoridelen blir det skrevet litt om hvordan elever kan velge løsningsstrategier og det blir presentert ulike strategier for løsning av matematikkoppgaver.

Etter teoridelen kommer metodedelen som beskriver undersøkelsen og valg som er gjort i forbindelse med den. Det blir her presentert hvilke elever som har blitt sett på og hva som har blitt foretatt i undersøkelsen. Intervjuformen som er benyttet blir presentert før det blir gjort rede for hvordan intervjuene har blitt transkribert og analyse av dataene funnet i undersøkelsen. Til slutt i denne delen blir de etiske aspektene med undersøkelsen og oppgaven presentert.

Presentasjonen og analysen av resultatene er delt i to kapitler. Den første delen tar for seg elevenes løsning av TIMSS-oppgavene og deres uttalelser under løsingen. Den andre delen ser på intervjuene. Kapittelet om løsning av TIMSS-oppgavene deles igjen inn i tre deler som omhandler oppgavene, i tillegg til lesestrategier og løsningsstrategier elevene bruker under løsingen. Intervjukapittelet deles inn i de tre fasene entry, attack og review av løsningsprosessen. I disse to kapitlene blir resultatene og en analyse av disse presentert for hver del. Analysen av resultatene inneholder tolkning av resultatene, samt en sammenligning av funn i undersøkelsen og hva tidligere litteratur har funnet om det samme temaet. Etter disse to kapitlene som presenterer resultatene og analysen av henholdsvis elevenes løsning av TIMSS-oppgavene og intervjuet kommer det en sammenligning av resultatene fra disse to delene. Til slutt i oppgaven presenteres en konklusjon. Den inneholder et sammendrag av undersøkelsen,

svar på forskningsspørsmålet, refleksjoner på undersøkelsen og til slutt litt om hvilken forskning som eventuelt kan gjøres videre.

2 Teori

I dette kapittelet blir det gjort rede for teorien som danner bakgrunnen for oppgaven og senere diskusjoner. Den tar for seg hva som kjennetegner flinke elever. Deretter blir det presentert faser for løsning av matematikkoppgaver. Det blir så presentert et problemløsningsforsøk før det blir sammenlignet tre ulike inndelingsmåter av løsningsprosessen. Det blir så redegjort for hva det vil si at elever har matematisk kunnskap og forståelse. Etter det blir det sett på lesing innenfor matematikk. Til slutt blir det sett på valg av løsningsstrategier før det presenteres ulike strategier for løsning av matematikkoppgaver.

2.1 Kjennetegn på flinke matematikkelever

Schoenfeld (1992) hevder at elever som er flinke i matematikk også er flinke til å lese og skrive. Videre sier han at flinke elever kan ta innover seg store mengder informasjon som de møter i dagliglivet og tolke den. På bakgrunn av disse tolkningene klarer de å gjøre avveide bedømmelser. De mestrer bruken av matematikk på en praktisk måte når det gjelder alt fra enkle bruksområder som oppskrifter og vekt til kompleks planlegging av budsjetter, statistisk analyse og datamodellering. De innehar et stort repertoar av teknikker og perspektiver som de kan benytte i arbeidet med ukjente problemer og situasjoner. De er også undersøkende og skeptiske både når det gjelder å tenke gjennom spørsmål selv og ved gransking av argumenter som blir satt frem av andre (Schoenfeld, 1992). Sterke elever i matematikk bruker lite tid på metoder som ikke fører frem og de har evnen til å forkaste uhensiktsmessige metoder (Schoenfeld, 1989).

Det har vist seg at elever som kjenner til mange ulike løsningsstrategier har større sannsynlighet for å være flinke i matematikk enn elever som ikke gjør det. Dette gjelder spesielt for grunnskoleelever (Suydam, 1989). Suydam (1989) sier at gode problemløserne også er flinkere til å ha fokus på de riktige tingene. Deres fokus er på den relevante informasjonen og spørsmålene det spørres om i oppgaven. Slike elever klarer å forklare hvordan de gjennomførte strategien og hvorfor den virket passende for problemet. De gjør også problemet mer konkret og lager en modell for alt som er med i oppgaven. I tillegg er de flinke til å systematisere opplysninger fra oppgaven ved å tegne diagrammer for å få bedre

oversikt. De evaluerer den strategien de benyttet og løsningen i lys av betingelsene i problemet (Suydam, 1989).

Når elever ser et problem prøver de å forutse eller gjette på løsningen. Alle elever gjetter, men det er ulikt hvor kvalifisert og hensiktsmessig gjettingen er (Pólya, 1981). Pólya (1981) sier at en svak elev gjerne sitter og venter på at en idé skal dale ned i hodet uten å gjøre noe særlig for at den skal komme. Når svake elever får en idé aksepterer de den gjerne som løsningen uten noen særlig form for kritisk vurdering. En flinkere problemløser gjetter også, men han forandrer gjerne gjetningene sine underveis i løsningsprosessen og er mer skeptisk til det han gjetter. Den flinke problemløseren gjetter først på noe og sjekker ut om det kan stemme. Hvis det ikke stemmer forandrer han gjerne på hva han tror løsningen kan være og vurderer den muligheten. Slik kan sterke elever gjerne gjøre flere ganger før de kommer frem til en tilfredsstillende løsning (Pólya, 1981).

2.2 Faser i løsningsprosessen

Når eleven skal løse oppgaver deler Pólya (2004) løsningsprosessen inn i fire faser:

1. Forstå problemet
2. Komme frem til en plan for hvordan problemet kan løses
3. Utføre planen
4. Se tilbake og evaluere det som er gjort

Mason et al. (2010) deler løsningsprosessen inn i tre faser som det vil bli sett nærmere på:

1. *Entry* (gå inn i)
2. *Attack* (angripe)
3. *Review* (evaluere)

Entry-fasen er den første fasen og begynner første gang eleven støter på problemet og går over i attack-fasen når eleven blir involvert i løsningen av det. Attack er hovedfasen for anstrengelsene med å løse oppgaven (Mason et al., 2010). Alle fasene i løsningsprosessen er viktige. Som regel, hvis ikke eleven får en veldig brilliant idé, er det uheldig å hoppe over

noen av fasene. Det er vanskelig for eleven å lage en god plan for løsningen og senere utføre denne planen hvis han ikke har forstått problemet. Det er derfor viktig at eleven bruker tid på å forsikre seg om at problemet er forstått (Pólya, 2004). Det er viktig for eleven at han innser at en entry-fase alltid må eksistere. Entry-fasen danner grunnlaget for en effektiv attack og derfor løsningen av oppgaven (Mason et al., 2010). Når løsningen skal evalueres går eleven over i review-fasen (Mason et al., 2010). Evalueringsfasen er svært nyttig ved at eleven kan oppdage feil han har gjort (Pólya, 2004).

Entry

Entry-fasen kan i de fleste tilfeller kort sagt sammenfattes i å lese oppgaveteksten og bearbeide det som er lest. Fasens hovedoppgave er å få tak på spørsmålet i oppgaven på to måter nemlig ved å ta opp i seg informasjonen som blir gitt og å finne ut hva spørsmålet egentlig spør om (Mason et al., 2010).

Entry-fasen svarer på spørsmålene hva vet jeg, hva ønsker jeg og hva kan jeg introdusere (Mason et al., 2010). Både i "hva jeg vet"- og "hva jeg ønsker"-delen er det viktig med nøye lesing av oppgaveteksten for å unngå å overse informasjon og at det oppstår misforståelser (Mason et al., 2010). "Hva vet jeg"-spørsmålet kan deles i to. Det inneholder både hva eleven vet fra spørsmålet og hva eleven vet fra tidligere erfaringer (Mason et al., 2010). "Hva jeg ønsker"-spørsmålet fører oppmerksomheten mot hva eleven må gjøre for å finne et svar eller bevise at noe er sant. Et hovedproblem ved oppgaveløsning er å få klarhet i hva oppgaven egentlig spør om (Mason et al., 2010). Spørsmålet om hva jeg kan introdusere i oppgaven fører til at eleven kan benytte seg av hjelpemidler for lettere få tak på hva oppgaven dreier seg om. Ofte er det nødvendig å introdusere andre elementer som kart eller tabeller for å organisere dataene. Av og til kan et spørsmål som er vanskelig å forstå bli mer forståelig når det blir overført til en ny kontekst (Mason et al., 2010). Noen ganger kan det å tegne opp en hjelpetrekant med målene som er oppgitt i oppgaven hjelpe eleven til å se oppgaven på en annen måte og derfor kanskje klare å løse den, selv om han ikke ville klart det bare ved å lese oppgaven uten å tegne opp (Mason et al., 2010). En annen strategi kan være å fokusere på det han ikke skjønner eller dataene oppgitt i oppgaven, når eleven er i fasen hvor han prøver å forstå problemet (Schoenfeld, 1989).

I Pólyas (2004) fase hvor eleven prøver å forstå problemet må eleven forstå hva ordene og teksten i oppgaven betyr. Han bør kunne si hva som er relevant i oppgaven, det han skal finne

og betingelsene. Det kan være hensiktsmessig å se oppgaven på flere ulike måter ved å for eksempel tegne opp figuren selv, hvis det er med en hjelpefigur, lage en visuell representasjon eller gi navn til eventuelle objekter som ikke har navn. Til slutt kan det her være nyttig å gi en kvalifisert gjetning på hva løsningen kan være (Pólya, 2004).

Attack

Tenkningen går over i attack-fasen når eleven føler at han forstår spørsmålet. Fasen er fullført når spørsmålet er løst eller eleven har gitt opp. Denne fasen kjennetegnes ved at eleven står fast og får aha-opplevelser. De prosessene som eleven benytter her er gjetning eller å sette frem hypotese og forsvare overbevisende. En hypotese er en påstand som ser ut til å være rimelig, men som ikke har blitt bevist eller motbevist (Mason et al., 2010). Når eleven her setter frem en hypotese er det starten på en generalisering (Mason et al., 2010).

Overbevisende forsvaring av det eleven har gjort vil si at eleven prøver å få en følelse av en underliggende begrunnelse for sannheten til hypotesen sin. Han prøver også å overbevise seg selv og andre om at han kan forsvare sine argumenter (Mason et al., 2010).

I løpet av attack-fasen vil eleven ha flere ulike tilnærminger til oppgaven og flere planer kan formuleres og bli utprøvd. Når en ny plan blir tatt i bruk vil arbeidet plutselig få stor progresjon. På den andre siden, når alle idéene er prøvd ut, vil eleven gjerne få lange tørkeperioder før han eventuelt får ny innsikt og en ny tilnærming kommer. Det er nyttig for eleven å stå fast da det bare gjennom det å stå fast og at eleven klarer å akseptere situasjonen han kan lære hvordan han kommer seg ut av den (Mason et al., 2010).

Hva slags prosedyre eleven velger når han skal løse en oppgave påvirkes av hvordan han tolker innholdet i tekstoppgaven og kunnskapen han har om matematiske begreper og prosedyrer. Det kan være at eleven velger feil prosedyre fordi han ikke vet når han bør anvende de ulike prosedyrene eller at han tolker oppgaven feil slik at han tror den spør om noe annet enn den gjør (Sterner & Lundberg, 2002).

Det kan for mange elever være en lang og slitsom vei fra å forstå oppgaven til en plan er utarbeidet for hvordan oppgaven kan løses. Eleven er ferdig med fasen hvor han kommer frem til en plan når han vet helt sikkert eller grovt skissert hvordan han kan komme frem til løsningen. Dette innbefatter utregninger og konstruksjoner eleven må gjøre for å løse oppgaven (Pólya, 2004). Kunnskap eleven har fra tidligere innenfor matematikken som erfaringer fra oppgaveløsning er nyttig når han skal løse en oppgave. Oppgaven han står

overfor kan gjerne knyttes til en oppgave han har løst tidligere, og da blir den lettere å løse (Pólya, 2004). Hvis eleven ikke klarer å løse oppgaven han står overfor kan det være nyttig å benytte seg av løsningsstrategier som er hensiktsmessige for problemet elevene ønsker å løse. (Pólya, 2004). Det vil senere i dette kapittelet komme en grundigere omtale av ulike strategier.

Review

Refleksjon står sentralt i hele review-fasen (Mason et al., 2010) og er kanskje den viktigste aktiviteten for å utvikle matematisk tenkning. Det er vanskelig for eleven å lære av sine erfaringer uten å reflektere over hva han har gjort (Mason et al., 2010). Her kan man trekke en parallell til begrepet metakognisjon. Metakognisjon vil si at eleven reflekterer over hvordan han lærer (Imsen, 2005). Økt metakognisjon kan øke elevens prestasjoner på matematikkoppgaver. Det har vist seg at større bevissthet rundt metakognisjon og derfor spørsmål som hva gjør jeg, og hvorfor gjør jeg dette, kan øke elevenes prestasjoner (Schoenfeld, 1989).

Eleven bør gå over i review-fasen når en velbegrunnet løsning er oppnådd eller når han holder på å gi opp. Aktivitetene i review-fasen inneholder tre elementer. Det er å sjekke løsingen, reflektere over de viktigste idéene og øyeblikkene i løsingen av oppgaven og å utvide til en videre kontekst (Mason et al., 2010).

Løsingssjekk vil si at eleven prøver å se om løsingen ser ut til å være riktig. Det kan gjøres på flere ulike måter, for eksempel ved å sjekke utregningene og algebraen for feil. Han kan sjekke argumentene for å se om utregningene gjør det han ønsker de skal gjøre. En måte å sjekke løsingen på er å se om konsekvensene av hypotesene eller gjetningene er fornuftige samt sjekke om løsningen egentlig svarer på spørsmålet og ikke bare deler av det (Mason et al., 2010). Vanlige måter å sjekke om løsningen virker sannsynlig på er å sette prøve når man har løst en likning, måle ved løsning av en geometrisk oppgave og å sette inn verdier i algebraoppgaver.

Refleksjon over de viktigste idéene og øyeblikkene vil si at eleven tenker over hva det var som gjorde at han fikk et gjennombrudd i løsingen av oppgaven og tar erfaringen med seg videre. Fremkalling av sentrale idéer og utforsking av disse er en måte å få erfaringer på og flere metoder som kan benyttes ved løsning av matematikkoppgaver. Når eleven senere står fast kan han huske tilbake på idéer som har fungert tidligere og benytte disse (Mason et al.,

2010). Refleksjon og utvidelse til en videre kontekst er nært knyttet til hverandre. Utvidelse til en videre kontekst vil si at eleven har forstått at noe gjelder for et spesielt tilfelle og så forstår eleven at dette kan generaliseres (Mason et al., 2010). I denne fasen kan eleven også vurdere om han kan løse oppgaven annerledes, om metoden eller resultatet kan benyttes på et annet problem og om alle data oppgitt i oppgaven ble benyttet (Pólya, 2004).

Det finnes mange måter elever benytter når de sjekker løsingen av oppgavene sine og noen av disse er mer hensiktsmessige enn andre. Sjekkes løsingen kun ved å gjenta det han gjorde da han løste oppgaven første gang, er det en dårlig måte å sjekke på. Eleven bør heller prøve å løse oppgaven på en ny og annerledes måte. Tidspunktet for når eleven sjekker svaret sitt er også av betydning for hvor hensiktsmessig evalueringen blir. Rett etter at eleven er ferdig med å løse oppgaven er det lite hensiktsmessig å sjekke over den igjen, da er eleven gjerne inne i det samme tankespetret og kanskje også sliten. Det er mer hensiktsmessig å vente litt til han blir roligere, får oppgaven litt på avstand og den derfor kan ses litt klarere (Mason et al., 2010).

Når eleven skal løse en oppgave starter han i entry-fasen og går over i attack-fasen og noen ganger, etter å ha prøvd å løse oppgaven, må han gå tilbake til entry-fasen fordi han innså at han ikke hadde forstått hvordan oppgaven skulle løses. Etter at han har vært i entry-fasen beveger han seg gjerne på nytt til attack-fasen. Når eleven er ferdig i attack-fasen er det hensiktsmessig å gå innom review-fasen. Noen ganger kan han under denne evalueringen oppdage feil og derfor bevege seg tilbake til entry- eller attack-fasen nok en gang, alt etter hva han har evaluert som feilen og feilkilden (Mason et al., 2010).

2.3 Et problemløsningsforsøk

Gjennom et problemløsningskurs på høgskolenivå har Schoenfeld hatt som mål at elevene skal utvikle handlekraft og kontrollferdigheter. Vi tar her med en liten oppsummering av de funnene han fant (Schoenfeld, 1989d ref. i Schoenfeld, 1992) angående oppgaveløsning (Schoenfeld, 1992).

Schoenfeld (1992) deler inn i seks faser eleven kan være i, og veksle mellom, når han løser oppgaver:

1. Lese

2. Analysere
3. Utforske
4. Planlegge fremgangsmåten
5. Implementere/gjennomføre
6. Etterprøve

Han ser både på en gjennomsnittlig elev som prøver å løse et ikke-standard problem og en matematiker som jobber med en vanskelig oppgave (Schoenfeld, 1992).

Har man en gjennomsnittlig elev som prøver å løse et ikke-standard problem, er det vanlig at han bruker kort tid på å lese oppgaven og dropper alle de resterende fem fasene utenom utforskerfasen. En slik oppførsel viser seg generelt ikke når elever løser rutineproblemer, da problemkonteksten i hvert enkelt problem forteller eleven hvilken teknikk han skal anvende (Schoenfeld, 1992).

En matematiker som arbeidet med et vanskelig problem skilte seg tydelig fra måten de gjennomsnittlige elevene løste oppgaven på. Matematikeren brukte mer en halvparten av tiden på å forstå oppgaven. I stedet for å binde seg til noen bestemte retninger, gjorde han en betydelig mengde analyser og strukturerte utforskninger. Han brukte ikke tid på ustrukturert utforskning eller beveget seg inn i gjennomføringsfasen før han var sikker på at han jobbet i riktig retning. Etter at han hadde prøvd å løse oppgaven gikk han alltid til etterprøvningsfasen for å se om det han hadde gjort virket riktig. Etterprøvningsfasen var den siste fasen han var innom før han var ferdig. Ved å overvåke løsningsprosessen nøye, følge spor som virket interessante og forlate spor det virket som ikke førte frem klarte matematikeren å løse problemet, mens det store flertallet av de gjennomsnittlige elevene ikke klarte det (Schoenfeld, 1992).

Den generelle antagelsen er at disse to illustrasjonene er relativt typiske for voksne i en læringssituasjon og for eksperter på ukjente problemer. Eksperten benytter den handlekraftige ferdigheten, men i de fleste tilfeller er eleven ikke klar over, eller benytter ikke denne ferdigheten. Denne handlekraftige ferdigheten kan bli lært ved at eleven får en klar instruksjon som fokuserer på det metakognitive aspektet av den matematiske læringen (Schoenfeld, 1992).

Når Schoenfeld undersøkte elever på college- og high school-nivå som jobbet med ukjente problemer var omtrent 60% av løsningsforsøkene av typen “lese, ta en rask beslutning, forfølge denne retningen uansett hva som skjer”-variasjonen. Denne første raske avgjørelsen førte garantert til fiasko hvis ikke den ble revurdert og overveid på nytt (Schoenfeld, 1992). Ved å trene opp elevens selvregulering viser det seg at han får et bedre utgangspunkt for oppgaveløsning. Blant disse elevene som ble trent i selvregulert tenkning sank antallet til under 20% som benyttet løsningsforsøk av typen “lese, ta en rask beslutning, forfølge denne retningen uansett hva som skjer” (Schoenfeld, 1992).

2.4 Ulike inndelinger av faser i løsningsprosessen

Tabell 2.1 viser en oversikt over hvordan man kan knytte sammen Mason et al. (2010), Pólya (2004) og Schoenfeld (1992) sine faser i løsningsprosessen. Det er tidligere i dette kapittelet gjort rede for og foretatt en utdypning av disse tre ulike inndelingene av løsningsprosessen. Tabell 2.1 med en oversikt over hvordan fasene i løsningsprosessen kan knyttes sammen er min oppfatning av denne sammenhengen og det er min oversettelse av begrepene.

Faser i løsningsprosessen						
Mason et al. (2010)	Entry			Attack		Review
Pólya (2004)	Forstå problemet			Komme frem til en plan	Utføre planen	Evaluere
Schoenfeld (1992)	Lese	Analysere	Utforske	Planlegge	Implementere /gjennomføre	Etterprøve

Tabell 2.1: Faser i løsningsprosessen

Selv om Mason et al. (2010), Pólya (2004) og Schoenfeld (1992) sine inndelinger har ulikheter har de også store likhetstrekk når de brukes for å systematisere løsningsprosessen. Man ser at det som skiller dem ikke er hva de mener bør være innholdet i en hensiktsmessig løsningsprosess, men hvordan og hvor mange inndelinger de har foretatt i løsningsprosessen. Mason et al. (2010) gir den groveste skisseringen ved at de kun deler inn i entry, attack og review. Pólya (2004) gir en litt mer detaljert skissering ved at attack-fasen til Mason et al. (2010) nå har blitt splittet opp i to deler. Disse to delene består i å komme frem til en plan og å utføre planen. Schoenfeld (1992) har i tillegg til at Pólyas (2004) todeling av attack-fasen fortsatt er med også splittet opp entry-fasen. Entry-fasen er hos Schoenfeld (1992) nå delt i de tre fasene lese, analysere og utforske.

Jeg har valgt å bruke Mason et al. (2010) og deres inndeling i entry, attack og review faser som min hovedstruktur fordi de har den groveste inndelingen. De to andre inndelingene blir også trukket inn i drøftingene senere.

2.5 Matematisk kunnskap og forståelse

Schoenfeld (1992) mener at elevens matematiske kunnskap er summen av alle de matematiske fakta og prosedyrer som han kan anvende på en troverdig og riktig måte.

Schoenfeld (1992) sier at en matematisk tenkemåte innebærer å ha et matematisk synspunkt. Matematisk tenkemåte i tillegg til å være en del av det matematiske samfunnet står sentralt i det å ha matematisk kunnskap (Schoenfeld, 1992).

Gjennom mengdetrening med like oppgaver vil forhåpentligvis eleven få utvidet sin matematiske verktøykasse med nye teknikker. Summen av disse lærte teknikkene vil antagelig reflektere den matematikken det er forventet at eleven skal kunne. Elevens kunnskap og forståelse blir derfor summen av teknikker som eleven mestrer (Schoenfeld, 1992). De verktøyene og den kunnskapen eleven har er det han benytter seg av. Det en elev har trenger ikke nødvendigvis å være det samme som en annen elev har, og heller ikke forenlig med gjeldende oppfatninger innenfor matematikken. Disse misoppfatningene og feilaktige fakta som eleven husker, og knytter til problemer, er det han benytter og arbeider med (Schoenfeld, 1992).

Noen elever kan lære seg at ”når jeg ser dette særtrekket i et problem så benyttes denne prosedyren”. Denne avhengigheten av et skjema kan føre til at det på utsiden ser ut som eleven har forstått problemet. Hvis ikke denne utførelsen er grunnlagt på en forståelse av prinsippene som fører til prosedyren oppstår det lett feil og utførelsesmetoden blir lettere glemt (Schoenfeld, 1992).

Det er flere ulike måter som kan hjelpe eleven til å forstå den underliggende matematikken. Det kan være å gi mening til den måten matematikken vanligvis utføres på og forklare de matematiske ordene i tillegg til å utforske systemer og strukturer (Ollerton, 2003). Klassifisering, gruppering, systematisering og navngivelse er idéer som også er med på å utvikle tenkeferdigheter for å hjelpe elever til å forstå den underliggende matematikken i en oppgave (Ollerton, 2003). Hvis ikke eleven forstår de matematiske ordene eller symbolene blir matematikken meningsløs for ham (Ollerton, 2003). Klassifisering vil si at eleven ser på

hvilke likheter og ulikheter som finnes mellom de ulike objektene han sammenligner (Ollerton, 2003).

Uformell kunnskap eleven tar med seg inn i problemsituasjonen inkluderer en intuisjon. Denne intuisjonen kan for eksempel være en oppfatning av hvordan en trekant ser ut. Uformell kunnskap inkluderer også forutinntatte meninger. Matematikken er formell, så når eleven skal løse en oppgave, må den uformelle kunnskapen bli utnyttet innfor reglene som gjelder i det området av matematikken oppgaven er en del av (Schoenfeld, 1992).

Det er viktig at eleven forstår reglene innenfor matematikken og dens ulike områder. For eksempel er geometrien formell og elever som ikke forstår reglene innenfor dette området kan tro at han konstruerer en vinkel ved å tegne opp på øyemål, mens en elev som forstår reglene forstår at hann må bruke passer og linjal. Man ser her at elever som forstår reglene innenfor matematikken og dens områder vil oppføre seg veldig annerledes i forhold til de som ikke gjør det (Schoenfeld, 1992).

2.6 Lesing og matematikk

Forskning på sammenheng mellom lese- og skrivevansker og problemer i matematikken har ikke vært veldig omfattende. Det kan likevel tyde på at mange elever som sliter med lesing og skriving også har vanskeligheter i matematikk (Sterner & Lundberg, 2002). Möllehed (2001) og PISA-undersøkelsen, begge referert i Sterner og Lundberg (2002), angir manglende leseforståelse som den største årsaken til at elever løser matematikkoppgaver feil. Årsaken til at mange elever har problemer med tekstoppgaver er at de generelt har lesevansker og at de ikke er fortrolige med den konteksten oppgaven er en del av. Trolig er det flere årsaker enn disse to, til problemer med tekstoppgaver (Cuoco, 2008).

En god leser er strategisk og klarer derfor å velge lesemåter som er egnet for det ønskede formålet. Slike elever er bevisst på hvorfor, og hvordan, de ønsker å lese teksten. Hvis de ikke forstår teksten når de leser går de tilbake og forsøker å lese om igjen for å få tak i innholdet (Sterner & Lundberg, 2002).

Det er flere kjennetegn på konstruktive lesere. Det første konstruktive lesere gjør er å skaffe seg et overblikk over teksten. De finner ut hva teksten handler om, hva de bør konsentrere seg om og hva som er viktig informasjon i teksten. Den viktige informasjonen konsentrere de seg

ekstra om og leser den gjerne sakte og flere ganger. Det er ikke bare selve teksten de leser, men de prøver også å få tak på det som står mellom linjene. De knytter oppgaven til ting de vet fra før og prøver å se teksten i sin helhet. Mens de leser teksten setter de gjerne opp hypoteser underveis om hva som kommer frem i fortsettelsen og endrer gjerne hypotesen etter hvert som de får ny informasjon. Det er viktig for konstruktive lesere å forstå teksten og de er svært oppmerksomme på når forståelsen svikter. Er det et ord de ikke forstår leser de gjerne flere ganger og slår opp ordet om de har mulighet til det. De anvender strategier for å forstå innholdet, og hvis ikke strategien fører frem endrer de den. Strategier de kan anvende er blant annet understrekning av ord eller setninger, repetere ordene og setningene for seg selv, ta notater, visualisere, uttrykke teksten i egne ord eller stille spørsmål. Slike elever bedømmer kvaliteten på det de leser og om det er kunnskap i teksten de kan lære noe av. Det er ikke bare når slike elever ikke forstår ord de velger å gå til andre kilder. Det gjelder også for å utdype det som står i teksten eller å få det forklart på en annen måte (Sternes & Lundberg, 2002).

En forutsetning for å være en konstruktiv leser er at eleven har gode leseferdigheter. Matematikken blir skrevet på en annerledes måte enn andre tekster. Matematikkoppgaver stiller derfor store krav til at eleven er en konstruktiv leser for at de skal forstå oppgaven og klare å utføre den (Sternes & Lundberg, 2002). Studier viser at selv om en eleven kan lære seg lesestrategier og benytte disse i spesielle situasjoner har han problemer med å generalisere strategiene (Montague, 1997 ref. i Sternes & Lundberg, 2002).

Undersøkelser har vist at leseforståelse og kunnskap om ulike regneoperasjoner er de faktorene som har størst innvirkning på hvordan eleven presterer på matematiske tekstoppgaver (Swanson, Cooney & Brock, 1993 ref. i Sternes & Lundberg, 2002). Den største årsaken til at en elev ikke klarer å løse en matematisk tekstoppgave er at han ikke forstår hva oppgaven dreier seg om, ved at han ikke forstår visse uttrykk, detaljer i teksten eller spørsmålet. Leseferdighetene hans, og derfor hvordan han forstår oppgaven, påvirker valget av prosedyre og hvordan de senere vurderer løsningen sin. Har eleven forstått oppgaven feil er det vanskelig å evaluere løsningen på en hensiktsmessig måte (Möllehed, 2001 ref. i Sternes & Lundberg, 2002).

2.7 Valg av løsningsstrategier

I matematikken betyr strategier, fremgangsmåter eleven benytter for å løse eller øke forståelsen av problemet. Det kan skiller mellom bevisste og ubevisste strategier. Det kan

være vanskelig å trekke et klart skille mellom disse to kategoriene fordi bevisste strategier kan bli ubevisste etter mye bruk (Alseth, 1994).

Forståelse av prosedyrer

Når elever blir tvunget til å huske matematiske prosedyrer er det mange som ikke forstår betydningen av disse prosedyrene. Noe som illustrerer dette, er en gutt som sier han er veldig god på å addere, subtrahere, multiplisere og dividere, men problemet er at han ikke vet når han skal benytte de ulike metodene (Werthmeier, 1945 ref. i Schoenfeld, 1989). Hvis eleven ikke vet når han skal benytte en metode er det ikke særlig nyttig å kunne selve metoden (Schoenfeld, 1989). Det er også et poeng at eleven lærer hensikten med strategiene ved innlæring, ellers vil eleven ikke klare å overføre strategiene til nye situasjoner (Campione, Brown & Conell, 1989).

Utvidelse av løsningsstrategier

Det finnes strategier for å løse oppgaver som kan benyttes i algebra, men også utvides til å gjelde andre områder av matematikken. Det er nyttig for eleven å lære strategier som ikke er begrenset til kun ett område, men som kan utvides til å gjelde flere områder av matematikken. Slike strategier kan være at eleven deler opp problemet i flere deler slik at hver del av utregningen blir kjente deler som han klarer å løse. Se senere i dette kapittelet for en utdypning av denne strategien. Det kan også hjelpe å se den gjensidige sammenhengen mellom en algebraisk likning og et geometrisk objekt (Cuoco, 2008).

Studier viser at de matematiske problemløsningsstrategiene elever undervises i ikke blir overført til nye områder selv om de er en generalitet (Wilson, 1967; Smith, 1973 ref. i Schoenfeld, 1992). Studier av problemløsningsoppførsel indikerte at elevers anvendelse av problemløsningsstrategier var svakt positivt korrelert med prestasjoner på ferdighetstester, og da spesielt på konstruerte problemløsingstester (Kantowski, 1977; Kilpatrick, 1967; Lucas 1974, ref. i Schoenfeld, 1992).

Hensiktsmessig strategivalg

Det har blitt jobbet mye for å finne ut hva slags strategier elever benytter når de skal løse matematiske problemer. Ut fra disse studiene har man ikke klart å finne en klar retning for hvordan matematikkundervisningen bør være. Derimot ser man tydelige tegn på at

problemløsningsstrategier varierer både mellom elever og ved ulike problemer. Dette kan tyde på at det ikke finnes en, eller flere, strategier som bør bli undervist til alle elevene (Begle, 1979: 145-146 ref. i Schoenfeld, 1992).

Har eleven kommet over stadiet hvor de forstår hva oppgaven går ut på er det en stor utfordring å velge den eller de mest hensiktsmessige operasjonene i forhold til hvordan han forstår oppgaven (Sowder, 1989). Hvis eleven her ikke vet hva han skal gjøre er det mange som velger å gi opp (Sowder, 1989). Det er enklere å fortsette å regne på en oppgave hvis eleven føler at løsningen er rett rundt hjørnet. Opplever eleven at han ikke kommer noe vei og ikke ser løsningen er det vanskeligere å fortsette (Pólya, 2004). Det har vist seg fra tidligere undersøkelser at elever som mestrer enkle oppgaver av en type allikevel kan ha problemer med å velge den mest hensiktsmessige løsningsstrategien for vanskeligere oppgaver av samme type (Sowder, 1989).

Det er av betydning hvordan eleven blir undervist i problemløsningsstrategier. Blir eleven undervist i at han skal anvende en bestemt prosedyre prøver eleven å følge reglene. Undervises derimot eleven i at han kan benytte alle de strategiene som fungerer for oppgaven, blir deres problemløsning mindre lik en oppskrift og strategivalget mindre leting etter kun den ene rette strategien (Suydam, 1989).

Har eleven et stort repertoar av løsningsstrategier, har han flere strategier å velge mellom hvis det viser seg at den første ikke fører frem (Suydam, 1989). Ved løsning av oppgaver benyttes det i mange tilfeller flere ulike strategier i løpet av løsningsprosessen (Solvang, 1993).

Grunnlag for valg av strategi

Sowder, 1988 ref. i Sowder, 1989 sine intervjuer av elever om løsningsstrategier har gitt en liste over hvordan de tilnærmer seg matematikkoppgaver og på hvilken måte eleven velger operasjon:

1. Velger operasjon ut fra hva eleven er mest komfortable med eller hva de har jobbet med i de siste undervisningstimene.
2. Velger operasjon ved ren gjetting.

3. Ser på tallene og ut fra størrelsen på disse bestemmes operasjonen som skal benyttes. For eksempel hvis det er et stort og et lite tall velges divisjon og hvis tallene er ganske like i størrelsen adderes de.
4. Prøver mange ulike operasjoner uten å vurdere om de er hensiktsmessige og velger den som gir det mest sannsynlige svaret.
5. Ser etter nøkkelord i teksten som leder de til valg av operasjon. Står det i oppgaveteksten for eksempel "alle sammen" velger de å addere.
6. Bestemmer seg for om svaret skal bli større eller mindre enn tallene oppgitt i oppgaven og velge operasjon ut fra det. Skal svaret bli større adderer og multipliserer de og hvis det skal bli mindre subtraherer og dividerer de.
7. Velger operasjon på bakgrunn av hva de synes passer med historien i oppgaveteksten.

De fire første strategiene beskrevet over ble hovedsakelig benyttet av svake elever (Sowder, 1988 ref. i Sowder, 1989). Det er en stor fallgrube ved å benytte strategien nummer tre hvor eleven bestemmer om svaret skal være større eller mindre fordi ikke alle elever mestrer slik utregning for negative tall, selv om de gjør det for tall større enn null. Elever som velge multiplikasjon når spørsmålet er: "Hvor mye vil 3 kilo ost koste når en kilo koster 75 kr?" kan feilaktig velge divisjon eller subtraksjon når spørsmålet er: "Hvor mye koster 0,82 kilo ost når en kilo koster 75 kr?" Her forstår eleven gjerne at svaret skal bli mindre enn for en kilo og når noe skal bli mindre tror han at han skal subtrahere eller dividere (Sowder, 1989). Noen elever kan benytte telling på fingrene som en hjelp for å komme frem til at eksempelvis to pluss to er fire (Krummheuer, 1995).

2.8 Ulike løsningsstrategier

Spesialisering og generalisering

Spesialisering og generalisering er to grunnleggende matematiske prosesser (Mason et al., 2010). Spesialisering vil si at eleven går til eksempler for å lære om spørsmålet. Eksempelet som eleven velger å benytte er spesielt på den måten at de er spesielle tilfeller av en generell situasjon som han finner i spørsmålet. Her blir eksempler brukt som en betegnelse på at eleven selv for eksempel setter inn flere ulike tall i en formel og ser om det danner et mønster

(Mason et al., 2010). Ved spesialisering finner eleven løsningen til et spesielt tilfelle av problemet (Solvang, 1993). Eleven velger eksempler tilfeldig, systematisk og kreativt. Tilfeldig for å få en indikasjon på hva spørsmålet dreier seg om, systematisk for å få et grunnlag for generaliseringen og kreativt for å teste generaliseringen.

Generalisering vil si at eleven oppdager et mønster som fører til hva som kan generaliseres, hvorfor det er sånn og hvor det er sannsynlig at generaliseringen er sann (Mason et al., 2010). Generaliseringen starter når eleven oppdager et mønster for de spesielle tilfellene og finner sammenhengen. Ut fra det kan eleven generalisere de spesielle tilfellene til for eksempel en formel som gjelder for alle tilfeller av samme utregning (Mason et al., 2010).

Ved bruk av ulike eksempler er det et stort poeng at spørsmålet de utforsker blir mer meningsfullt og mønsteret bak eksemplene tydeligere for at de senere skal klare å løse oppgaven (Mason et al., 2010). Det er usannsynlig at spesialisering og bruk av eksempler alene vil løse et problem, men de kan hjelpe eleven i gang og gi en pekepinne på hva spørsmålet handler om og derfor sette han i stand til å gi en kvalifisert gjetning på hva svaret kan være (Mason et al., 2010). Eleven kan ønske å benytte seg av strategien ”å undersøke spesielle tilfeller” for bedre kunne forstå problemet han står overfor. Gjennom eksemplifiseringen og å vurdere og betrakte ulike spesielle tilfeller kan eleven få et hint til hvordan han løser oppgaven og kanskje også sannsynligheten for at løsningen er riktig (Schoenfeld, 1987: 288-290 ref. i Schoenfeld, 1992).

Analogi/Sammenlikning

Analogi eller sammenlikning går ut på at eleven kopierer løsningen fra et problem som ligner problemet han står overfor. Hvis sammenligningsproblemet ikke er helt likt, kan det noen ganger benyttes som en hjelp og pekepinne for hvordan oppgaven kan løses. Når eleven har benyttet et slikt problem er det viktig at han prøver å forstå hvorfor det var nyttig (Pólya, 1981). En løsning på et problem som eleven er fortrolig med, enten ved at han selv har funnet løsningsmetoden eller at han har lest eller hørt metoden, kan bli et mønster ved at han kan etterligne den som en mal. Det er lettere å følge en slik oppskrift hvis problemet eleven står overfor ligner på malen (Pólya, 1981). Fra studier utført av Sullenberg (1983) referert i Suydam (1989) ser man at når de fleste elevene i undersøkelsen stod overfor en oppgave prøvde de å huske tilbake til da de lærte å løse den typen oppgave. De prøvde å huske hva de

skulle gjøre ved løsning av en slik oppgave i stedet for å tenke selv på hvilken strategi som er mest hensiktsmessig å benytte.

Identifikasjon av likhet og etablerte erfaringer

Både identifikasjon av likheter og etablerte erfaringer angår valg av strategi elever bruker for å løse en oppgave (Lithner, 2003).

Ved anvendelse av identifikasjon av likheter finner eleven like overflatesærtrekk i oppgaven han skal løse, i et eksempel eller teorem i læreboken. Når eleven har funnet det i læreboken som ligner benytter han det til å etterligne prosedyren som anvendes i læreboken (Lithner, 2003).

Løsning av oppgaver ved hjelp av etablerte erfaringer vil si at eleven løser oppgaver på bakgrunn av sine tidligere erfaringer fra matematikken. Løsingen som eleven kommer frem til ved hjelp av denne strategien trenger ikke å være riktig eller fullstendig, men leder eleven mot det som mest sannsynlig er sant (Lithner, 2003). Hvis eleven har regnet mange like oppgaver kan det danne seg en oppfatning om at når han ser slike oppgaver gjør han det sånn. Et eksempel er at eleven får i oppgave å finne maksimumspunktet til en funksjon. Hvis han da har regnet flere slike oppgaver tidligere kan han da tenke at alle tidligere maksimumspunkter har han funnet der $f'(x) = 0$ så da er det sikkert slik denne gangen også. Derfor løser han oppgaven ved å finne hvor den deriverte av funksjonen er lik 0 (Lithner, 2003).

Det ser ut som at elever som bruker identifikasjon av likhet ved hjelpemidler tilgjengelig, løser oppgaver ved etablerte erfaringer når hjelpemiddelet uteblir (Lithner, 2003).

Lithner (2003) har foretatt en undersøkelse av tre høgskoleelever på ulike nivåer og deres bruk av identifikasjon av likheter og etablerte erfaringer. Elevene ligger på høyt, middels og lavt nivå. Identifikasjon av likheter strategien dominerer sterke blant alle disse tre elevene (Lithner, 2003). Når elevene skal løse en oppgave ved hjelp av å huske tilbake på en metode de har brukt på tilsvarende oppgaver tidligere er problemet deres at de ikke husker metoden fullstendig og at de gjør slurvfeil (Lithner, 2003). Fordi de også har mangelfull innsikt i egenskaper ved idéer og metoder er det vanskelig å utføre en hensiktsmessig rekonstruksjon av prosedyrer. Derfor tester de gjerne ut mange tilnærminger, når de skal løse en oppgave, som de hadde sett på som uriktige hvis de hadde hatt denne innsikten (Lithner, 2003). Det ser

også ut til å være hensikten til elevene i Lithner (2003) sin undersøkelse å lære eller huske hvordan de utfører spesielle oppgavetyper i stedet for å lære generelle idéer.

Det er avgjørende at elevene velger ut den riktige informasjonen fra oppgaven når de skal bruke identifikasjon av likheter strategien (Lithner, 2003). Den svakeste eleven i undersøkelsen overser relevant informasjon for identifikasjon av likheter som de to flinkere elevene ikke gjør (Lithner, 2003).

Gjett, sjekk og generaliser

Det har vist seg at gjett, sjekk og generaliser-metoden er effektiv ved løsning av visse typer oppgaver. Den går ut på at eleven først gjetter på en løsning, så sjekker den og til slutt generaliserer den.

Et eksempel:

Anne kjører fra Oslo til Kristiansand. Den ene veien har Anne en gjennomsnittshastighet på 75 km/t og på tilbakeveien har hun en gjennomsnittshastighet på 70 km/t. Tur-retur tar det 9,5 timer. Hvor langt er det mellom Oslo og Kristiansand?

Hvis eleven benytter gjett, sjekk og generaliser-metoden på denne oppgaven, gjetter han først på en avstand. For eksempel 300 km. Da blir det $\frac{300 \text{ km}}{75 \text{ km/t}} = 4 \text{ t}$ og $\frac{300 \text{ km}}{70 \text{ km/t}} = 4,29 \text{ t}$ som til sammen blir 8,29 timer som er mindre enn 9,5 timer og derfor må avstanden være større enn 300 km. Eleven gjentar utregningen, men nå med en større avstand. Når eleven har gjettet og sjekket flere ganger er han i stand til å sette opp en algoritme for utregningen, som kan se slik ut: $\frac{x}{75} + \frac{x}{70} = 9,5$ hvor x er avstanden han gjetter på. Derfra er det lettere å finne løsningen for andre avstander (Cuoco, 2008). Denne teorien er nyttig i algebraen og kan utvides til nye områder. For eksempel funksjonsbygging og deriverte (Cuoco, 1995 ref. i Cuoco, 2008).

Transformasjon/omformulering

Transformasjon eller omformulering vil si at eleven har et problem som han omformer til et annet problem. Eleven gjør dette for å se oppgaven på en annen måte og at det kanskje da blir enklere å løse oppgaven (Solvang, 1993). Det kan for eksempel være at eleven skal finne $x^2 + 2x + 1 = 0$. Da kan han bruke kvadratsetningen for å omforme slik at han i stedet kan løse $(x + 1)^2 = 0$.

Arbeide bakover

Når eleven benytter strategien hvor han arbeider bakover starter han med det som er målet, hensikten, det ukjente eller konklusjonen. Fra dette utgangspunktet jobber han seg bakover mot de tingene han har, dataene eller hypotesene (Pólya, 1981). Eleven prøver ut fra hva som er målet å gjette på hva som kan gi eller forårsake det han ønsker (Solvang, 1993). Det er svært sjeldent at eleven benytter denne strategien på hele oppgaven, men den benyttes heller i deler av oppgaveløsningen (Solvang, 1993).

Illustrasjon/konkretisering

Noen ganger kan eleven benytte bilder eller figurer han tegner opp som hjelp for å finne løsningen. Hvis han tegner opp en figur kan det bli lettere å se hva oppgaven handler om og se hva mønsteret eller sammenhengen i oppgaven kan være (Solvang, 1993).

Introdusere hjelpelementer

Introduisering av et hjelpeelement vil si at eleven innfører et element som opprinnelig ikke var i oppgaven og benytter det som en hjelp for å løse oppgaven. For eksempel er det vanskelig å løse likningen $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$, men hvis $y = x^2$ introduseres som et hjelpeelement blir likningen $y^2 - 13y + 36 = 0$ som er en andregradslikning og enkel å løse (Solvang, 1993).

Decompose (dele opp) og recompose (sette sammen igjen)

Å decompose vil si at eleven konsentrerer seg om ulike deler i oppgaven etter hverandre (Pólya, 2004). Eleven deler opp problemet i flere deler slik at hver del av utregningen blir kjente deler som han klarer å løse. Han ser på hver enkelt del og prøver å forstå og løse disse (Cuoco, 2008). Etter at alle delene er forstått eller løst setter eleven de sammen igjen til en helhet og da er det lettere å forstå hva oppgaven egentlig sier og å løse den (Pólya, 2004).

3 Metode

I dette kapittelet redegjøres det for metoden som har blitt brukt i undersøkelsen. Først vil det bli skrevet litt om utvalget som er gjort. Det vil si hvilke elever som er valgt ut og hvorfor dette valget har blitt tatt. Under avsnittet datakilde sies det litt om de utvalgte TIMSS-oppgavene i undersøkelsen. Det vil deretter skrives litt om intervjuformen og transkriberingen samt de ulike valg som er gjort innenfor disse delene før det til slutt blir forklart hvordan analyseringen av dataene har blitt utført og det etiske rundt undersøkelsen.

3.1 Utvalg

TIMSS 2007 ble utført på våren hos 8. trinn og denne undersøkelsen ble utført om høsten i 9. trinn fordi disse elevene er nærmest i nivå med elevene som ble undersøkt på våren 8. trinn. Løsningsstrategiene til elevene i undersøkelsen avviker trolig lite fra hvordan elevene som deltok i TIMSS 2007 tenkte da de skulle løse oppgaver på slutten av 8. trinn.

Jeg har valgt å se på tre sterke elever og tre svake elever fordi jeg vil se på hva som skiller svake og sterke elever. Antall elever i undersøkelsen og valget om at det skulle være like mange i hver av gruppene var bevisst. Jeg ønsket at deltakerantallet i undersøkelsen skulle være et partall slik at det ble like mange i de to gruppene jeg undersøkte. Valget falt på seks elever for at det ikke skulle bli en for omfattende undersøkelse, men sannsynligvis nok til å få en indikasjon på hvordan de to ulike gruppene tilnærmet seg løsning av oppgaver. Det var læreren deres som plukket ut elevene som skulle delta i undersøkelsen. Det var fordi det hadde vært lite hensiktsmessig hvis utvalget ble elever som ikke sa noe under oppgaveløsingen eller intervjuet. Læreren plukket derfor ut tre sterke og tre svake elever som han trodde kom til å si noe ved deltakelse i undersøkelsen. For at ikke kjønn skulle påvirke resultatene ba jeg læreren velge ut like mange gutter som jenter. Kjønn er ikke brukt i analyse. De sterke elevene lå på karakterene sterk 5 til 6 og de svake elevene lå på en svak 3 eller sterk 2. Grunnen til at læreren ikke valgte ut de aller svakeste på trinnet var at de mest sannsynlig ikke ville klart å gjøre noe særlig på oppgaven jeg gav dem og derfor heller ikke vise hvilke løsningsstrategier de benyttet. Elevene i undersøkelsen er som sagt tre svake og tre sterke. Jeg har kalt de sterke elevene for Adam, Anja og Anne, mens de svake elevene blir kalt Bente, Birger og Bård. I denne oppgaven betegner de svake elevene de svakeste i undersøkelsen, som ikke er blant de aller svakeste elevene i skolen.

3.2 Datakilde

Jeg valgte oppgavene til løsingen i første del av undersøkelsen fra TIMSS 2007. Grunnen til dette var at de har gjennomgått en kvalitetssikring som jeg vanskelig ville ha fått på oppgaver jeg hadde laget selv. Det er også en fordel at jeg kan ha resultatene til de norske elevene i bakgrunnen når jeg ser på elevene i undersøkelsen. Det er internasjonale ekspertkomiteer som har ansvaret for å utvikle oppgavene (Grønmo, 2009). Oppgavene har blitt utviklet og utprøvd flere ganger (Grønmo & Bergem, 2009a) og er tilpasset til elevenes alderstrinn (Mullis et al., 2005 ref. i Onstad & Grønmo, 2009).

Da jeg valgte ut TIMSS-oppgavene elevene skulle løse var jeg opptatt av at de skulle være dekket av den norske læreplanen. Jeg så det som lite hensiktsmessig at elevene skulle bli satt til å løse oppgaver som ikke er dekket av den læreplanen de er under når jeg skulle undersøke løsningsstrategiene deres. Jeg var også opptatt av at det skulle være ulik vanskelighetsgrad og at oppgavene skulle gi mulighet for at elevene kunne tenke litt, og dermed rom for å kunne snakke om hvordan de tenkte når de prøvde å løse oppgavene. Oppgavene er benevnt etter hvilket kompetansenivå elever som får til oppgaven trolig er på. Oppgavene som ble valgt ut til undersøkelsen er valgt på middels, avansert og høyt nivå. Årsaken til at jeg ønsket at elevene både skulle løse oppgaver de hadde sett tidligere og oppgaver de trolig ikke hadde sett tidligere var at jeg ønsket å se hvordan de løste ulike typer oppgaver.

Jeg valgte en oppgave med lang tekst, en med middels lang tekst og en nesten uten tekst. Det gjorde jeg for å kunne se eventuelle forskjeller mellom anvendelsen av løsningsstrategier ved tekstoppgaver og oppgaver nesten uten tekst. Alle oppgavene jeg valgte var under temaet algebra. Grunnen var at elevene trolig benytter ulike strategier innenfor ulike emner i matematikken og at det da med flere ulike emner kanskje ville bli lite oversiktlig og vanskelig å systematisere. Da oppgavene ble gitt til elevene som deltok i TIMSS 2007 var det svaralternativer på oppgave 1 og 2, men ikke på den siste oppgavene. Jeg fjernet svaralternativene da elevene i undersøkelsen fikk oppgavene slik at de ikke skulle bli fristet til å se på de mulige svarene og velge en av dem som løsningen på oppgaven.

Oppgave 1

Slik var oppgave 1 som elevene fikk under oppgaveløsingen:

Helge har 3 jakker flere enn Anne. Antall jakker Helge har, kaller vi n . Hvor mange jakker har Anne uttrykt ved n ?

Oppgave 1 blir plassert innenfor middels nivå og blir dekket av den norske læreplanen. Hvis eleven har elementær kunnskap innenfor algebraiske uttrykk skal det være mulig å løse denne oppgaven. Selv om eleven ikke har lært noe særlig om algebraiske uttrykk skal det være mulig for dem og resonnerer seg frem til riktig svar. På denne oppgaven presterte norske elever svakere enn referanselandene og litt under det internasjonale gjennomsnittet. Dette er en oppgave som stiller små krav til at elevene har en formell kompetanse innenfor algebra og gir mulighet for resonnering. På denne oppgaven og andre oppgaver der det stilles små krav til formell kompetanse og resonnering er mulig, ser man at mange norske elever kommer frem til riktig svar (Grønmo & Bergem, 2009b).

Oppgave 2

Slik var oppgave 2 som elevene fikk under oppgaveløsingen:

$$a = 3 \text{ og } b = -1$$

Hvor mye er $2a + 3(2-b)$?

Oppgave 2 blir plassert innenfor høyt nivå og blir dekket av den norske læreplanen. På denne oppgaven presterer de norske elevene både under alle referanselandene og det internasjonale gjennomsnittet. I oppgaven må elevene regne med negative tall og fortegn. Ved slike kompliserte oppgaver ser det ut som at norske elever presterer spesielt svakt (Grønmo & Bergem, 2009b).

Oppgave 3

Slik var oppgave 3 som elevene fikk under oppgaveløsingen:

Jan vet at en penn koster 1 zed mer enn en blyant. Vennen hans kjøper 2 penner og 3 blyanter for 17 zed. Hvor mange zed trenger Jan for å kjøpe 1 penn og 2 blyanter?

Oppgave 3 blir plassert innenfor avansert nivå og blir dekket av den norske læreplanen. Det avanserte med oppgaven er at elevene må utføre to regneoperasjoner før de har løst oppgaven. Først må de finne ut hva en penn og en blyant koster før de kan regne ut hvor mye en penn og to blyanter koster. Selv om oppgaven kan løses ved formell kompetanse i likningsløsning hvor elevene setter opp en likning kan den også løses uten formell algebra ved at elevene for eksempel resonnerer seg frem til løsningen. Norske elever presterer helt likt med det internasjonale gjennomsnittet, men svakere enn alle referanselandene. På denne oppgaven måtte elevene vise utregningen. Fem prosent av de norske elevene som fikk riktig svar viste ikke utregningen og fikk derfor ikke poeng på oppgaven. Resonnementet deres gikk vanligvis ut på at de brukte prøve og feile metoden. To prosent av de norske elevene brukte algebra for å komme frem til svaret, mens 17 prosent brukte resonnement (Grønmo & Bergem, 2009b).

3.3 Intervjuformen

Hensikten med det kvalitative forskningsintervjuet er å få innblikk i intervjuobjektets verden. Det man ønsker å få innsyn i er spesielt knyttet til forskningsspørsmålet (Kvale, 1997).

Jeg undersøkte, som sagt, seks elever hvor den ene halvparten var sterke elever og den andre halvparten var svake elever. Jeg valgte å undersøke én elev om gangen for å se nærmere på hver enkelt, på den måten unngikk jeg at kun de mest frimodige elevene snakket og at de mer beskjedne falt utenfor undersøkelsen. Da elevene skulle bli undersøkt fikk de først i oppgave å løse tre oppgaver fra TIMSS 2007 for 8. trinn. Elevene ble da bedt om å tenke høyt mens de løste oppgavene slik at jeg skulle få bedre innblikk i hvordan de tenkte da de løste oppgavene og hvilke strategier de benyttet. Det er både mine observasjoner og det elevene skriver og sier ved oppgaveløsningen som danner grunnlaget for oppfattelsen av hvordan elevene tenker ved løsning av oppgaver. På oppgaveløsningen hadde elevene ubegrenset tid. Jeg valgte dette da jeg ikke ville at tidspress skulle påvirke valget av løsningsstrategier. Da eleven sa seg ferdig med å løse oppgavene gikk vi direkte over i selve intervjudelen. Intervjuet bestod av 28 spørsmål hvor noen av disse hadde underspørsmål.

Ved gjennomføring av et intervju må intervjueren ta stilling til hvordan han ønsker å utføre det. Intervjuene kan være utforskende, hypotesetestende eller halvstrukturerte. I et utforskende intervju presenterer intervjueren et tema, område eller problem som han ønsker å få dypere innsikt i. Det er liten struktur og intervjuet er åpent ved at det da er ønskelig å kunne

følge opp svarene som intervjuobjektet gir, fordi intervjueren ønsker å få mer informasjon om temaet og en ny innfallsvinkel (Kvale, 1997). I spontane intervjuer er det større sannsynlighet for at man får spontane og uventede svar (Kvale, 1997). Fordi intervjuene er lite strukturerte, må mange avgjørelser fattes underveis. For å ta de mest hensiktsmessige avgjørelsene i en slik situasjon kreves det at intervjueren kan mye om intervjuetemaet og har erfaringer med å intervjuer (Kvale, 1997). Ved hypotesetestende intervjuer er det ofte mer struktur ved at det er lik utforming og rekkefølge på spørsmålene. Man tester gjerne hypoteser ved å sammenligne intervjuer av ulike grupper. I slike tilfeller er det et poeng at intervjuene er ganske like slik at det blir enklere å sammenligne, strukturere og analysere intervjuene (Kvale, 1997). Et halvstrukturert intervju har elementer både fra det utforskende og det hypotesetestende intervjuet. Intervjuformen er strukturert ved at temaene som skal dekkes og forslag til spørsmål er forhåndsbestemt. Det er ustrukturert ved at intervjuet ikke er helt låst opp til det forhåndsbestemte. Det er mulighet for å forandre intervjuet underveis for å følge opp interessante svar eller historier ved å forandre rekkefølgen og formen på spørsmålene (Kvale, 1997).

Jeg har valgt en halvstrukturert intervjuform. Det vil si at jeg utformet et ferdig strukturert intervju med fullstendige spørsmål før jeg kom på intervjuet, men i tillegg stilte jeg oppfølgingsspørsmål til elevene som en naturlig følge av samtalen rundt et spørsmål. Da fikk jeg fordelene ved at det er lettere å sammenligne intervjuene hvis de ligner på hverandre og eleven får de samme spørsmålene. Samt at jeg hadde muligheten til å stille eventuelle tilleggsspørsmål der jeg syntes at elevene var inne på noe interessant eller jeg trengte nærmere utdypning av det de sa. Spørsmålene i intervjuet var delvis spørsmål som henviste til generell løsning av oppgaver og delvis knyttet til TIMSS-oppgavene. Årsaken til det valget var at jeg også hadde lyst til å få et innblikk i løsningsstrategier som elevene benytter seg av i timen når de lærer stoffet og har alle hjelpemidler tilgjengelig.

3.4 Transkribering av undersøkelsene

Hele undersøkelsen ble tatt opp på diktafon. Dette gjaldt både ved løsningen av TIMSS-oppgavene og selve intervjuet. I tillegg ble elevene bedt om å skrive løsningene sine på et ark da de løste TIMSS-oppgavene. Dette gjorde jeg for å enklere kunne se hvordan elevene løste oppgavene, og hvordan de prøvde på en metode først og kanskje på en annen senere.

Ved transkriberingen av undersøkelsen valgte jeg å gjengi det elevene og jeg sa helt ordrett. Det gjaldt blant annet feilformulerte setninger, pauser og lydord. Jeg fant likevel ut at for utenforstående kan sitatene da virke rotete og vanskelige og forstå. Fordi oppgavens hovedfokus er løsningsstrategier er hovedfokuset de verbale utsagnene. Derfor valgte jeg å overse pauser, omformuleringer av setninger og lydord.

3.5 Analysering av data

Når jeg skulle analysere dataene fra transkriberingen valgte jeg å sortere spørsmålene fra intervjuet i forhold til om de passet under kategoriene entry, attack eller review. For hver av disse tre kategoriene har jeg laget en tabell hvor hver elev har en kolonne nedover og hvert spørsmål en rad bortover. Da blir det lettere å sammenligne hva elevene har svart på det samme spørsmålet. Den samme teknikken har jeg brukt for løsningsstrategier. Der har også elevene hver sin kolonne nedover og hver strategi en rad bortover. Hvis eleven har benyttet seg av en strategi ved løsning av de tre TIMSS-oppgavene skrev jeg i ruten hvor eleven og den brukte strategien krysset hverandre, hvilken oppgave det gjaldt og hva eleven sa her.

3.6 Etikk

Kvale (1997) nevner det informerte samtykket, konfidensialitet og konsekvenser som tre etiske regler for forskning på mennesker. Et informert samtykke vil si at menneskene som deltar i undersøkelsen skal være informert om undersøkelsen og at de deltar frivillig. Konfidensialitet innebærer at det ikke blir offentliggjort noen data som kan identifisere personen som deltar i forskningen. Konsekvenser vil si at forskeren skal tenke gjennom hvilke konsekvenser undersøkelsen kan ha for de som deltar i undersøkelsen samt gruppen som deltakeren representerer.

Elevene på 9. trinn fikk utdelt skrivet i Vedlegg 1 som en orientering i forkant av undersøkelsen. I tillegg ble hver av de seks elevene i forkant av undersøkelsen informert om at samtalen ble tatt opp av en diktafon, hvordan undersøkelsen ville foregå og at den ble anonymisert. På bakgrunn av denne informasjonen fikk eleven mulighet til å velge om han ville delta i undersøkelsen. Informasjonen fra undersøkelsen har også blitt behandlet konfidensielt ved at elevenes og lærerens navn ikke er oppgitt og heller ikke skolens navn eller hvor den ligger i Norge. Det har også blitt tenkt igjennom om undersøkelsen kan ha noen

negative konsekvenser for elevene som deltar eller gruppen de representerer. Noe jeg har kommet frem til at det ikke kan tyde på at den har.

4 Elevenes løsning av TIMSS-oppgavene

Dette kapittelet tar for seg elevenes løsning av de tre utvalgte oppgavene fra TIMSS 2007. Det er kun det som kommer til syne under oppgaveløsingen ved elevenes uttalelser og utregninger, og mine observasjoner fra dette som vil bli presentert her. Senere kommer det et nytt kapittel hvor intervjuet presenteres. Fordi det er gjort et skille mellom elevenes oppgaveløsning og intervjuet kan man se ulikheter mellom disse to delene ved for eksempel bruk av lese- og løsningsstrategier. Begge disse kapitlene presenterer resultatene og en analyse av disse. Analysen av resultatene inneholder tolkninger av resultatene, samt beskrivelser av likheter og ulikheter man kan se mellom litteraturen presentert i teorikapittelet og resultatene fra undersøkelsen som er beskrevet. Funnene under oppgaveløsingen er inndelt i en presentasjon av ulike faser elevene er innom i løsningsprosessen, lesestrategier og løsningsstrategier.

Først vil de tre oppgavene ses på hver for seg og hvordan alle seks elevene løste disse. Elevenes løsning deles inn i seks faser; å lese, analysere, utforske, planlegge fremgangsmåten, implementere eller gjennomføre og etterprøve (Schoenfeld, 1992). Disse fasene er utgangspunkter for å se på hvordan elevene beveger seg mellom fasene, hvilke de er innom og hvor mye tid de bruker i hver fase. Etter det blir henholdsvis lese- og løsningsstrategiene sett på.

4.1 Oppgavene

Nedenfor kommer en tabell med oversikt over hvilke oppgaver de ulike elevene fikk til. Her ser man at det totalt sett er få oppgaver elevene klarer å løse.

Hvem fikk til hvilke oppgaver			
	Oppgave 1	Oppgave 2	Oppgave 3
Adam	Ja	Nei	Nei
Anja	Ja	Ja	Nesten
Anne	Nesten	Nei	Ja
Bente	Nei	Nei	Nei
Birger	Nei	Nei	Nei
Bård	Nei	Nei	Ja

Tabell 4.1: Hvem fikk til hvilke oppgaver

Løsingen av de tre oppgavene til elevene har blitt systematisert i tabeller nedenfor. Tabellene viser rekkefølgen for når elevene er i de seks fasene lese, analysere, utforske, planlegge fremgangsmåte, implementere eller gjennomføre og etterprøve som ble presentert i problemløsningsforsøket til Schoenfeld (1992). "1" betegner den første fasen eleven er innom i løsningsprosessen, "2" den andre fasen og slik fortsetter det til det høyeste tallet som er den siste fasen eleven er innom før han avslutter løsingen. Noen av elevene går tilbake til oppgaven etter å ha sett på en annen oppgave. Hvis han kommer tilbake igjen til oppgaven står det h_1 bak tallet og hvis han hopper over og kommer tilbake to ganger står det h_2 bak tallet. Tallet står i kursiv når eleven er i fasen for etterprøving og han kun konstaterer at han ikke får til oppgaven og derfor hopper over den. Hvis tallet i etterprøvningsfasen ikke står i kursiv inkluderer det en refleksjon av det eleven har gjort eller tenker. Tabellen har også blitt merket slik som tabell 4.1 hvor de samme fargekodene blir brukt for om eleven klarer å løse, nesten løser eller ikke løser oppgaven. Det vil si at lilla betyr at oppgaven ble løst helt korrekt, hvit at den ble løst delvis korrekt og grønn at den ble løst feil.

Oppgave 1

Oppgave 1						
	Lese	Analysere	Utforske	Planlegge fremgangsmåte	Implementere/ Gjennomføre	Etterprøve
Adam	1, 3	2, 5			6	4
Anja	1, 4, $6h_1$, $11h_2$	7	2, 8		9	3, 5, 10, 12
Anne	1, $6h_1$	2, 4, 7	3, 8	9	10	5
Bente	1, 4	2	3			
Birger	1				2	
Bård	1					

Tabell 4.2: Oppgave 1

Oppgave 2

Oppgave 2						
	Lese	Analysere	Utforske	Planlegge fremgangsmåte	Implementere/ Gjennomføre	Etterprøve
Adam	1		4	2	3, 6, 8	5, 7
Anja	1, 3, 9, 11	2	6		4, 7, 10	5, 8, 12
Anne	1, 14h ₁	2, 8, 12, 15	3, 5, 9	4, 7	11	6, 10, 13, 16
Bente	1			3	2, 4	5
Birger	1	2			3	
Bård	1, 4h ₁				2	3

Tabell 4.3: Oppgave 2

Oppgave 3

Oppgave 3						
	Lese	Analysere	Utforske	Planlegge fremgangsmåte	Implementere/ Gjennomføre	Etterprøve
Adam	1		2		3	4
Anja	1, 5		2		3	4, 6
Anne	1, 4	2, 5	3, 8	6, 11	9, 12	7, 10
Bente	1, 4	2	3		5	
Birger	1		3		2, 4	
Bård	1				2	

Tabell 4.4: Oppgave 3

Lesefasen

Fra tabell 4.2, 4.3 og 4.4 over faser elevene er innom ved løsning av TIMSS-oppgavene ser man at de sterke elevene oftere er innom lesefasen enn de svake elevene. Under oppgaveløsingen var det mulig å observere ved hjelp av tiden på diktafonen at de sterke elevene, og da spesielt Anja og Anne, brukte lengre tid på å lese oppgaveteksten og forstå den enn det de svake elevene gjorde. Mason et al. (2010) og Pólya (2004) sier det er viktig at eleven forstår oppgaven før han begynner å løse den fordi det er vanskelig å løse en oppgave hvis den ikke er forstått riktig. Mason et al. (2010) og Möllehed (2001) referert i Sterner og Lundberg (2002) sier det også er vanskelig å evaluere en løsning hvis det ikke er blitt investert tilstrekkelig med anstrengelser for å forstå oppgaven. Schoenfeld (1992) fant i sin undersøkelse at en gjennomsnittlig elev bruker kort tid på å lese oppgaven, mens en flink matematiker ikke ønsker å begynne å løse oppgaven før den er forstått og han beveger seg i

riktig retning. Dette stemmer overens med det man, som nevnt tidligere i avsnittet, ser ved løsing av TIMSS-oppgavene.

Etter å ha sett på disse resultatene og Schoenfeld (1992) sine funn tolker jeg det dithen at det er viktig at eleven er bevisst på å forstå oppgaveteksten før han begynner å løse oppgaven og at han bruker god tid i lesefasen. Ut fra dette tolker jeg det som en hensiktsmessig strategi, slik de sterke elevene i min undersøkelse i større grad gjør, å bruke god tid på å forstå oppgaveteksten før eleven går videre. Dette både for å kunne løse og evaluere oppgaveløsingen.

Benyttelse av ulike faser

Ut fra tabell 4.2, 4.3 og 4.4 over faser elevene er innom ved løsing av TIMSS-oppgavene kan man se at de sterke elevene benyttet seg av flere av fasene i tillegg til å hoppe mer frem og tilbake mellom de ulike fasene i løpet av løsningsprosessen, enn det de svake elevene gjør. Totalt sett ble det observert at de sterke elevene også brukte lengre tid på en oppgave enn de svake. På oppgave 1 og 2 ble det under oppgaveløsingen observert at de tre sterke elevene, og da spesielt Anja og Anne, bruker mer tid enn de svake elevene på å analysere og utforske. Det ble observert at det er en større tendens til at de svake elevene lettere gir opp ved at de bruker kortere tid på hver oppgave og prøver ut færre strategier ved at de ikke beveger seg noe særlig mellom de ulike fasene. Det ble observert at spesielt Bård og også Birger gir opp etter kort tid og har lite bevegelse mellom fasene. Mange elever velger å gi opp hvis de ikke vet hva de skal gjøre (Sowder, 1989), noe som kanskje kan være tilfellet hos de svake elevene. Likevel var de svake elevene totalt sett, på TIMSS-oppgavene, innom alle seks fasene og aldri kun lese- og utforskefasen.

Ved sammenligning av tabell 4.1 over hvem som fikk til hvilke oppgaver og tabellene 4.2, 4.3 og 4.4 over fasene elevene benytter ved oppgaveløsingen, ser man at på oppgavene som elevene løser eller nesten løser benyttes det stort sett flere faser enn hvis eleven ikke løser oppgaven. Schoenfeld (1992) fant i sin undersøkelse at en gjennomsnittlig elev kun benytter seg av lese- og utforskerfasen hvis de skal løse et problem som ikke er rutine, mens matematikeren benyttet ulike faser på slike oppgaver. TIMSS-oppgavene som elevene fikk i undersøkelsen var ikke rutineproblemer, så dette stemmer overens med de sterke elevene når de regner TIMSS-oppgaver. Det er imidlertid ikke likhet med de svake i undersøkelsen og Schoenfelds (1992) gjennomsnittlige elever når det gjelder hvilke faser de benytter seg av.

Både min og Schoenfeld (1992) sin undersøkelse kan tyde på at det er en hensiktsmessig strategi for elevene å benytte seg av alle de ulike fasene i løsningsprosessen og at det gjøres en betydelig mengde utforskninger og analyser i kombinasjon med å benytte strategier for å forstå innholdet i oppgaven før gjennomføringen av oppgaveløsningen settes i gang. Det kan også tolkes som en hensiktsmessig strategi å ha utholdenhet i oppgaveløsningen og ikke gi opp selv om man står fast, fordi dette er tilfellet både for de sterke elevene i min og Schoenfeld (1992) sin undersøkelse.

Ved sammenligninger i tabell 4.2, 4.3 og 4.4 og ulike faser elevene er innom i løsningsprosessen kan man se at av de svake elevene skiller Bente seg fra de to andre elevene ved at hun analyserer og utforsker mer. Man kan kanskje også si at Adam skiller seg litt ut fra de sterke elevene ved at han utforsker og analyserer mindre enn de to andre sterke elevene. Hvis man ser i tabell 4.1 over hvilke oppgaver de ulike elevene fikk til ser man at Adam skiller seg fra sin gruppe ved at han er den av de sterke elevene som presterer svakest på oppgavene.

Bruk av etterprøvningsfasen

Fra tabell 4.2, 4.3 og 4.4 over faser elevene er innom ved løsning av TIMSS-oppgavene ser man at de sterke elevene oftere er innom etterprøvningsfasen enn de svake, selv om Bente og Bård er innom etterprøvningsfasen én gang hver på oppgave 2. Bente og Bård skiller seg her fra Schoenfeld (1992) sin undersøkelse hvor de gjennomsnittlige elevene ikke var innom etterprøvningsfasen. Likevel er ikke dette et markant avvik fordi det kun er i et tilfelle hver de er innom denne fasen og Bård sitt besøk i etterprøvningsfasen står i kursiv og er derfor kun en konstatering av at han ikke får til oppgaven. Pólya (1981) sier at svake elever lettere aksepterer den første idéen de får som løsningen og ikke vurderer den kritisk. Dette kan gjerne samsvare med min undersøkelse ved at man observerte at de svake elevene ikke revurderer løsningen sin ved at etterprøvningsfasen i liten grad benyttes. Pólya (2004) legger, i likhet med det undersøkelsen til Schoenfeld (1992) underbygger, vekt på viktigheten av å evaluere løsningen. Etterprøvningsfasen hos Schoenfeld (1992) kan knyttes til review-fasen til Mason et al. (2010). Mason et al. (2010) sier det er svært hensiktsmessig å være innom entry, attack og review fasene i løsningsprosessen. På bakgrunn av denne teorien tolker jeg det dithen at det er en nyttig strategi av de sterke elevene i min undersøkelse å bruke god tid på å etterprøve svaret og ikke undervurdere denne fasen selv om de har kommet frem til et svar.

De svake elevene, og da særlig Birger og Bård, ble det observert at brukte liten tid på lesefasen før de gjerne hoppet inn i en løsning som de senere ikke revurderte. Schoenfelds (1992) undersøkelse viste at av elever som jobbet med ukjente problemer var omtrent 60 % av løsningsforsøkene av typen ”lese, ta en rask beslutning, forfølge denne retningen uansett hva som skjer”. Videre sa han at dette førte til fiasko hvis ikke den ble revurdert. Birger etterprøver ikke, mens Bård heller ikke etterprøver i noen særlig grad løsningene sine fordi den ene gangen han gjør det er det bare for å konstatere at han ikke får til oppgaven. Se tabell 4.3 over faser han benytter for oppgave 2 som han etterprøver. Selv om Bård løste en av oppgavene tolker jeg dette og Schoenfeld (1992) sin undersøkelse i den retningen at det er flere svake elever som benytter seg av strategien ”lese, ta en rask beslutning, forfølge denne retningen uansett hva som skjer”.

Hensiktsmessig løsningsevaluering

Review-fasen blir, som sagt, i hovedsak benyttet av de sterke elevene i undersøkelsen. Det ble observert at de brukte den fasen ved å sjekke løsningene og reflektere over de viktigste idéene og øyeblikkene når de løste en oppgave. Det ble observert at Anja regnet over oppgavene for å se om hun har gjort noen slurvefeil. Hun reflekterer over at svaret på oppgave 1 er $n - 3$ hvor hun snakker til seg selv om svaret og resonnerer seg frem til at det er logisk. Anne reflekterer en del over oppgave 2 og svarene hun får på den, fordi hun fikk både 27 og 15 til svar, da hun regnet den på to ulike måter. Hun ser derfor på utregningene og prøver å løse oppgaven flere ganger for å finne ut hva som kan være riktig. Adam blir også observert innom review-fasen, men bare ikke så ofte som de to andre sterke elevene. Det ble ikke observert at noen av elevene utvider til en videre kontekst.

Mason et al. (2010) sier at review-fasen består av tre aktiviteter som er å sjekke løsingen, reflektere over de viktigste idéene og øyeblikkene i løsingen av oppgaven, og utvide til en videre kontekst. En refleksjon over de viktigste idéene kan hjelpe elevene til lettere å løse tilsvarende oppgaver senere (Mason et al., 2010). Man kan se at det derfor ser ut til at de sterke elevene i min undersøkelse i større grad benytter aktivitetene Mason et al. (2010) beskriver, ved at de sjekker løsingen og reflekterer over de viktigste idéene og øyeblikkene. Likevel kan det være strategisk av dem å utvide løsingen til en videre kontekst. Det er flere punkter eleven kan benytte for å sjekke løsingen. Det kan være å sjekke utregningen for feil, se om utregningene gjør det han ønsker, se om løsningen svarer på hele spørsmålet og se om konsekvensene av hypotesene er fornuftige (Mason et al., 2010). Den eneste delen av Mason

et al. (2010) sine fire punkter for hva en løsingssjekk bør inneholde, som de sterke elevene bruker, er å sjekke utregningene for feil.

I evaluere-fasen kan eleven også vurdere om han kan løse oppgaven annerledes, om metoden eller resultatet kan benyttes på et annet problem, og om alle data oppgitt i oppgaven ble benyttet (Pólya, 2004). Ved oppgaveløsingen kom det ikke til syne at noen av elevene vurderte noen av delene som Pólya (2004) nevner her. Anja er kanskje den som er best på vei mot å benytte review-fasen hensiktsmessig. Likevel har alle elevene, og spesielt de svake, mye de kan utvikle seg på for at deres strategier i review-fasen skal bli mer hensiktsmessige og gi dem en bedre evaluering og læringsutbytte.

Tidspunkt for evaluering i løsningsprosessen

Det ble observert at Anja var den eneste som gikk igjennom oppgaven til slutt etter at hun hadde latt oppgaven ligge litt og fått den på avstand. Man ser også fra tabell 4.1 at hun var den som fikk til flest oppgaver. Det var kun Anne som det ble observert i å prøve og løse oppgave 2 på en annen måte når hun skulle sjekke svaret. Fordi løsningene da ble forskjellige måtte hun regne og kontrollere løsningen flere ganger for å finne ut hvilken som var mest logisk. Når elevene eventuelt sjekker løsningene sine er det ulike måter å gjøre det på, og noen er mer hensiktsmessige enn andre (Mason et al., 2010). Den mest hensiktsmessige måten eleven kan sjekke løsningen på, sier Mason et al. (2010), er å vente litt før han sjekker svaret slik at oppgaven kommer på avstand og ses klarere. Da bør han også prøve å løse oppgaven på en annerledes måte enn første gang. Jeg tolker dette som at Mason et al. (2010) mener dette er hensiktsmessige strategier for sjekk av løsning. Min undersøkelse syntes å peke i samme retning ved at strategiene kun blir brukt av de sterke elevene.

Som sagt fikk Anja til flest oppgaver, og fra tabell 4.2, 4.3 og 4.4 ser man at hun også var den eleven som alltid var innom etterprøvningsfasen til slutt ved løsningen av oppgaven. Anja var også den eneste av elevene som alle gangene, utenom én gang, gikk direkte fra gjennomførings- til etterprøvningsfasen. Ut fra Schoenfeld (1992) sin undersøkelse kan det tyde på at Anja sin måte å gjøre det på er hensiktsmessig. Grunnen til dette er at hans flinke matematikere også gikk direkte fra gjennomføringsfasen til etterprøvningsfasen og alltid innom etterprøvningsfasen til slutt i løsningen av en oppgave, i motsetning til hans gjennomsnittlige elever som kun var innom lese- og utforskerfasen. Dette tolker jeg dithen at det er en hensiktsmessig strategi å alltid gå direkte over i etterprøvningsfasen etter at eleven har

kommer frem til en løsning for å evaluere det han har gjort og eventuelt gå tilbake og løse oppgaven annerledes senere.

4.2 Lesestrategier

Tabell 4.5 viser hvilke lesestrategier det observeres at elevene benytter når de løser de tre TIMSS-oppgavene de fikk før intervjuet. Det er kun lesestrategiene som kommer til syne i oppgaveløsingen som er med her, ikke det elevene sier i intervjuet. ”Ja” i ruten betyr at eleven benytter denne lesestrategien, mens ”nei” betyr at den ikke vises i oppgaveløsingen av TIMSS-oppgavene, men ikke at eleven nødvendigvis aldri benytter seg av lesestrategien. ”Variert” betyr at det varierer litt på de ulike TIMSS-oppgavene hva eleven gjør. Det vil si at det på noen av oppgavene da er ”ja”, mens det på andre er ”nei”. Derfor må det ses i teksten under for nærmere utdypning. ”Ja” er fargelagt med lilla, ”Nei” med grønn og ”variert” står i hvitt. Man ser her at det blir benyttet vesentlig flere lesestrategier blant de sterke elevene i forhold til de svake elevene i undersøkelsen.

Lesestrategier						
	Adam	Anja	Anne	Bente	Birger	Bård
Leser teksten om igjen til de forstår	Ja	Ja	Ja	Variert	Variert	Variert
Får først et overblikk over teksten	Ja	Ja	Ja	Nei	Nei	Nei
Finner ut hva teksten handler om	Ja	Ja	Ja	Variert	Variert	Variert
Finner ut hva man bør konsentrere seg om	Ja	Ja	Ja	Variert	Nei	Nei
Finner ut hva som er viktig informasjon i teksten	Ja	Ja	Ja	Variert	Nei	Nei
Konsentrerer seg om viktig informasjonen	Ja	Ja	Ja	Ja	Nei	Nei
Prøver å se teksten i sammenheng	Ja	Ja	Ja	Ja	Nei	Nei
Setter frem hypotese og endrer gjerne hypotesen underveis	Ja	Ja	Ja	Nei	Nei	Nei
Oppmerksom på når forståelsen svikter	Ja	Ja	Ja	Nei	Nei	Nei
Prøver å forstå alle ordene	Ja	Ja	Ja	Ja	Nei	Nei
Strategier konstruktive lesere anvender for å forstå innholdet: 1. Understreke ord og setninger 2. Repetere ord og setninger 3. Tar notater 4. Visualisere 5. Uttrykke teksten i egne ord 6. Stille spørsmål	2, 6	2, 6	2, 6	2, 6	6	

Tabell 4.5: Lesestrategier

Entry-fasen

Det observeres at de sterke elevene anvender flere strategier enn de svake for å forstå selve oppgavetekstene og hva den spør om. Alle de sterke elevene både leser oppgaveteksten om igjen til de forstår teksten og skaffer seg et overblikk over teksten før de begynner å lese den mer nøye. Adam sier: ”Leser først teksten fort ei gang”. Anja sier: ”Jeg må sikkert lese oppgaven sånn omtrent hundre ganger.” Det ble videre observert at de svake noen ganger kan begynne å løse oppgaven fordi de tror at de har forstått hva oppgaven handler om. Dette kan de gjøre selv om de ikke har lest hele oppgaveteksten. Til forskjell skjer ikke dette blant de sterke elevene, fordi de bruker mer tid og ulike strategier for å få tak på essensen i oppgaven. Alle de tre sterke elevene og delvis også Bente er flinke til å finne ut hva de bør konsentrere seg om og å finne ut hva som er viktig informasjon. Birger leste ikke hele oppgaveteksten på oppgave 1 fordi han mente at han kjente igjen oppgaven da han hadde lest litt over halve teksten og da bare satte han i gang å løse den. Bård brukte også kort tid på å lese mange av oppgavene selv om han leste gjennom alle oppgavetekstene. Adam sier: ”Prøvde å se hvordan jeg kunne plukke oppgaven og fikk til meg informasjonen”.

Entry-fasens hovedoppgave er å forstå spørsmålet i oppgaven. Som nevnt tidligere er det viktig å ikke slurve i denne fasen (Mason et al., 2010) og at eleven bruker tid på å forsikre seg om at oppgaven er forstått (Pólya, 2004). Schoenfeld (1992) fant at de middels elevene som han undersøkte i likhet med de svake elevene i denne undersøkelsen bruke kort tid på å lese og forstå oppgaven. I likhet med undersøkelsen min sier han også at flinke matematikere bruker mye tid på å forstå oppgaven og begynner ikke å løse den før de har forsikret seg om at oppgaveteksten er forstått riktig (Schoenfeld, 1992). Sterner og Lundberg (2002) sier at flinke elever går tilbake for å lese oppgaven flere ganger hvis de ikke forstår den. Dette gjør også de sterke elevene i undersøkelsen min. I likhet med hvordan det kan se ut for de sterke elevene i undersøkelsen min er det svært nyttig å forstå hva ordene og teksten i oppgaven betyr (Pólya, 2004). Jeg tolker dette dithen at det er viktig å få en bevissthet blant elevene om at entry-fasen er viktig og at det er en nyttig strategi å ikke slurve i den fordi resten av løsningen er avhengig av at oppgaven er forstått. For å forstå oppgaven kan det også være nyttig for dem å anvende ulike strategier for å øke forståelsen.

Alle de sterke elevene, og Bente, konsentrerer seg om den viktige informasjonen. Det kan man se ved at de gjerne leser uttrykk som er sentrale i oppgaven flere ganger. Fokuset til gode problemløserne er på den relevante informasjonen og spørsmålet i oppgaven (Suydam, 1989).

Dette samsvarer med hva slags fokus de sterke elevene og Bente har ved at de er flinke til å konsentrere seg om spørsmålet i oppgaven og den relevante informasjonen. Dette tolker jeg dithen at det er et poeng når elevene skal lese og forstå oppgaven at de klarer å ha fokus på de riktige tingene for at de skal klare å løse oppgaven. En hensiktsmessig strategi er derfor å fokusere på den relevante informasjonen og spørsmålet i oppgaven.

Suydam (1989) sier videre at gode problemløsere gjør problemet mer konkret og lager modeller for det som er med i oppgaven. De er samtidig flinke til å systematisere opplysninger fra oppgaven. Jeg tolker dette som strategier Suydam (1989) mener er hensiktsmessige for å forstå oppgaver. Likevel ble disse kjennetegnene for gode problemløsere ikke observert hos noen av elevene i undersøkelsen da de løste utvalgte TIMSS-oppgaver.

Konstruktive lesere

Det ble observert at alle elevene utenom Bård bruker, en eller flere, av strategiene som konstruktive lesere bruker for å forstå innholdet. Strategier de kan anvende er understrekning av ord eller setninger, repetere ord og setninger, ta notater, visualisere, uttrykke teksten i egne ord og stille spørsmål (Sternes & Lundberg, 2002). Alle de sterke elevene og Bente benytter seg av repetisjon av ord og setninger samt å stille spørsmål, mens Birger kun stiller spørsmål. Adam repeterer setninger på oppgave 2: "En zed mer enn en blyant". På samme oppgave stiller han også spørsmål til seg selv: "Ja fire seks der pluss tre som er to minus b eller er det forskjellen mellom dem? Jeg vet ikke." Anja repeterer setninger på oppgave 2: "Har Anne uttrykt ved n." På oppgave 2 stiller hun spørsmål: "Når det står 2a så er det 2 ganger a. Ikke sant?" Anja og Anne, som de eneste, uttrykker oppgave 2 i egne ord. Anne repeterer setninger underveis når hun leser. På oppgave 2 stiller hun spørsmål når hun ikke forstår hva 2a er: "2a, men jeg skjønner liksom ikke helt hva det er. Om det er 2. Men er a en sånn der potens sånn at man ganger to ganger tre og at det blir sånn seks kanskje?" Bente repeterer setningen: "Hvor mange jakker har Anne uttrykt ved n." på oppgave 1. Hun stiller også spørsmål når hun løser den samme oppgaven: "Så skal jeg skrive liksom tall eller skal jeg skrive opp bokstav da?" Birger ser man at stiller spørsmål på oppgave 2: "Pluss da tre, to minus er det minus som i -1, -2, -3 minus eller som i?" Man ser her at alle de sterke elevene, og Bente, repeterer setninger. I tillegg til disse fire stiller også Birger spørsmål når han løser oppgaver.

Sterner og Lundberg (2002) beskriver konstruktive lesere i avsnittet om lesing og matematikk i teorikapittelet. Der sier de at elevene bør være konstruktive lesere for å forstå og klare å løse oppgavene. Videre sier de at konstruktive lesere anvender strategier for å forstå innholdet. Av elevene i undersøkelsen ser man at de sterke elevene, og Bente, benytter seg av flest slike strategier for å forstå innholdet. Likevel er det kun repetisjon av ord og setninger samt stille spørsmål disse elevene gjør. Mason et al. (2010) sier, i likhet med Sterner og Lundberg (2002) sin visualiseringsstrategi over, at det kan være nyttig å introdusere kart eller tabeller for å systematisere innholdet. Ingen av elevene i undersøkelsen gjorde dette selv om figurer kan hjelpe på forståelsen. Jeg tolker Sterner og Lundberg (2002) som at de mener de konstruktive leserne har hensiktsmessige strategier for å forstå innholdet. Mine undersøkelser syntes å peke i samme retning ved at det er flere sterke elever som benytter flere av disse strategiene enn det er for de svake elevene. Likevel er det kun to av seks strategier som blir benyttet av elevene så de har mulighet til å utvikle seg og benytte flere strategier for å forstå hva oppgaveteksten spør om.

Gjetning på løsning

Det ble observert at de tre sterke elevene og Bente satte frem hypoteser om hva svaret kan være. Anja sier at svaret kan være 3 blyanter og 4 penner på oppgave 3 og sjekke så om det kan være riktig. Anja setter på oppgave 1 frem en hypotese om at svaret er $n+3$ og bruker det som et utgangspunkt for å tenkte på om det kan være svaret og sjekker det opp. Det kan til slutt i fasen hvor eleven skal forstå innholdet i oppgaven være nyttig å gi en kvalifisert gjetning på hva løsningen kan være (Pólya, 2004). Jeg tolker Pólya (2004) slik at det er en hensiktsmessig strategi å gjette på løsningen. Mine undersøkelser syntes å peke i samme retning ved at denne strategien i større grad blir benyttet av de sterke elevene.

Det er kun en elev fra hver gruppe som det observeres at i undersøkelsen benytter seg av ”å undersøke spesielle tilfeller” for å bedre forstå problemet som skal løses. Det kan imidlertid være hensiktsmessig å anvende en slik strategi for å få et hint til hvordan oppgaven kan løses (Schoenfeld, 1987: 288-290 ref. i Schoenfeld, 1992). Selv om Schoenfeld sier at dette kan være en hensiktsmessig strategi kan man ikke se noen ulikhet mellom gruppene i min undersøkelse over hvem som bruker denne strategien.

4.3 Løsningsstrategier

Tabell 4.6 viser hvilke løsningsstrategier det observeres at de ulike elevene benytter på TIMSS-oppgavene. Tallene 1, 2 og 3 i rutene viser til om elevene benytter seg av strategien på henholdsvis oppgave 1, 2 eller 3.

Løsningsstrategier brukt på oppgave 1, 2 og 3.						
	Adam	Anja	Anne	Bente	Birger	Bård
Gjett, sjekk og generaliser	1, 2, 3	1, 2, 3	1, 2, 3	3		
Spesialisering			3		3	
Analogi/sammenligning	2	2	1, 2	2	1	
Utforske betingelsene	2, 3	1, 2, 3	1, 2, 3	1, 3	3	
Operasjonvalg ved gjetning			2	3	2	2
Prøve ulike operasjoner og velger den som gir mest sannsynlig svar			2		3	
Dele opp problemet i flere kjente deler	2, 3	2, 3	2, 3	2	3	3
Arbeide bakover	3	3	3		3	
Illustrasjon/konkretisering		2	2, 3			
Introdusere hjelpeelementer			3			
Etablerte erfaringer (EE)		2	1, 2	2	2	
Utholdenhet	Ja	Ja	Ja			

Tabell 4.6: Løsningsstrategier brukt på oppgave 1, 2 og 3

I tabell 4.7 over antall strategier elevene har benyttet på hver oppgave, er den ruten som angir antall strategier for en bestemt oppgave markert med samme fargekode som i tabell 4.1 for hvilke oppgaver elevene klarte å løse. Lilla betyr at oppgaven ble løst riktig, hvit at den nesten ble løst riktig og grønn at den ble løst feil.

Antall strategier benyttet på hver oppgave						
	Adam	Anja	Anne	Bente	Birger	Bård
Oppgave 1	2	3	5	2	1	0
Oppgave 2	5	7	9	4	2	1
Oppgave 3	3	4	7	4	4	1
Totalt	10	14	21	10	7	2

Tabell 4.7: Antall strategier benyttet på hver oppgave

Repertoar av strategier

Ut fra tabell 4.7 over antall strategier de ulike elevene bruker på oppgavene kan man se at de svake elevene bruker generelt færre løsningsstrategier på oppgavene enn de sterke elevene. Man ser også fra tabell 4.6 over løsningsstrategier de ulike elevene bruker at de sterke elevene har et større repertoar av løsningsstrategier enn de svake elevene ved at de bruker flere av de hensiktsmessige løsningsstrategiene. Både når det gjelder antall strategier som blir brukt på

hver oppgave og repertoaret de bruker ser det ut som Adam og Bente delvis skiller seg fra sine grupper. Solvang (1993) sier det er vanlig å benytte mange strategier ved løsning av en oppgave. Det ser man fra tabell 4.7 over antall strategier elevene benytter at er tilfellet for de sterke elevene og Bente i undersøkelsen. Schoenfeld (1992) sier at flinke matematikkløvere har et stort repertoar av teknikker. Med dette store repertoaret av løsningsstrategier har de flere strategier å velge mellom (Suydam, 1989). Fra tabell 4.6 over elevenes løsningsstrategier kan man se at de sterke elevene generelt benytter flere ulike strategier enn de svake. Dette stemmer overens med indikasjonen på at anvendelser av problemløsningsstrategier er svakt positivt korrelert med prestasjoner på ferdighetstester (Kantowski, 1977; Kilpatrick, 1967; Lucas, 1974 ref. i Schoenfeld, 1992). Jeg tolker denne teorien dithen at det er en fordel for elever i møte med oppgaver at de har et stort repertoar av løsningsstrategier. Min undersøkelse syntes å peke i samme retning ved at de sterke elevene har et større repertoar av løsningsstrategier enn de svake elevene.

Gjett, sjekk og generaliser

Gjett, sjekk og generaliser metoden blir i større grad observert anvendt av de sterke elevene i undersøkelsen. Gjett, sjekk og generaliser-metoden blir i mange tilfeller utført ved at de gjetter på en løsning og sjekker den, men hopper over å generalisere problemet til slutt. De svakes manglende bruk av gjetning på løsningen avviker fra Pólya (1981) som sier at alle elever gjetter på en løsning, men at det bare er forskjeller mellom elevene for hvor hensiktsmessig gjetningen er.

Spesialisering

Det er kun en elev fra hver gruppe som det observeres at benytter seg av spesialisering. Dette selv om spesialisering kan gi et hint til løsningen av oppgaven (Schoenfeld, 1987: 288-290 ref. i Schoenfeld, 1992; Mason et al., 2010). Jeg tolker dette som at han påpeker at det er en hensiktsmessig strategi å anvende spesialisering. Mine undersøkelser syntes ikke å kunne gi noen indikasjon på om spesialisering er nyttig ved at den kun bli brukt av to elever som tilhører hver sin gruppe.

Analogi/sammenligning

Analogi/sammenligning observeres det at er litt mer utbredt blant de sterke elevene enn de svake. Anja sier: ”Det er så lenge siden jeg har sett [en slik oppgave].” Birger sier: ”Sammenlign med den andre, det er mange andre tekster hvor man har tre jakker flere enn”. Sullenberg (1983) referert i Suydam (1989) fant i sin undersøkelse at de aller fleste elevene prøvde å huske tilbake på da de lærte å løse den typen oppgave de står overfor for å huske hva de skulle gjøre ved løsning av en slik oppgave i stedet for å tenke selv. Jeg tolker det som det i Sullenberg (1983) referert i Suydam (1989) sin undersøkelse er vanlig å tenke tilbake på tidligere erfaringer. Dette er delvis likt med det jeg fant i min undersøkelse ved at alle utenom en elev benyttet seg av analogi/sammenligning, men av disse var det kun en som brukte strategien på mer enn en av tre oppgaver.

Utforske betingelsene

Under oppgaveløsingen ble det observert at de sterke elevene i større grad enn de svake benytter seg av å utforske betingelsene. Ollerton (2003) sier at å utforske systemer og strukturer kan være med på å øke elevens forståelse av den underliggende matematikken. Min undersøkelse avviker, som sagt, fra Schoenfeld (1992) sin undersøkelse ved at de svake elevene bruker flere faser enn kun lese- og utforskerfasen, samt at utforskerfasen nesten ikke forekommer hos de svake elevene. Utforskerfasen er derimot, i likhet med hos Schoenfeld (1992), vanlig blant de sterke elevene i min undersøkelse. Jeg tolker det derfor, på bakgrunn av denne teorien og min undersøkelse, dithen at det kan øke elevenes forståelse av oppgaven hvis de utforsker betingelsene i oppgaven.

Strategier for valg av prosedyre

Det ble observert at de svake elevene og Anne i større grad benytter operasjoner ved ren gjetning enn det de to andre sterke elevene gjør. Anne sier på oppgave 2: ”Jeg kan tippe på det jeg.” Dette samsvarer, bortsett fra Anne, med det Sowder (1988) referert i Sowder (1989) sier om at svake elever oftere benytter seg av operasjonsvalg ved ren gjetning. Det ble også observert at Anne og Birger prøver mange ulike måter å løse en oppgave på før de velger den måten som gir det mest sannsynlige svaret, derfor kan man ikke se noen sammenheng mellom hvilken gruppe som benytter seg mest av den strategien. Birger sier på oppgave 3: ”Jeg prøver forskjellige måter å løse på.” Dette stemmer ikke overens med Sowder (1988) referert i Sowder (1989) som sier at svake elever benytter seg oftere av å prøve ulike operasjoner og

velge den som gir mest sannsynlig svar, enn sterke elever. Fra tabell 4.1 med oversikt over hvilke oppgaver elevene klarte å løse ser man at oppgaver som disse to strategiene ble anvendt på, ikke ble løst av eleven. Jeg tolker dette slik at elevene bør unngå strategier som gjør at valgene deres av operasjoner blir mer eller mindre tilfeldige. Dette gjelder å velge operasjoner ut fra ren gjetning og valg av operasjon ut fra hvilken av de mange utprøvde operasjonene som var mest hensiktsmessige. Sowder (1988) referert i Sowder (1989) nevner sammen med de to foregående strategiene også to andre strategier som hovedsakelig benyttes av svake elever. Det er å velge operasjon ut fra hva de er mest komfortable med eller har jobbet med i de siste undervisningstimene og å bestemme operasjonen ut fra størrelsen på tallene.

Decompose og recompose

Det ble observert at flere av de sterke elevene enn de svake delte problemet opp i flere kjente deler. De som deler opp oppgave 2 regner ut først det som står i parentes og så resten. På oppgave 3 benyttes strategien ved at de først finner ut hvor mye en penn og en blyant koster og så ut fra det regner ut hvor mye Jan da må betale. En fordel ved denne strategien er at gjennom å forstå eller løse hver enkelt del kan øke sannsynligheten for forstå hva hele oppgaven sier og å løse den (Pólya, 2004; Cuoco, 2008). Jeg tolker denne teorien dithen at det er hensiktsmessig for elevene å prøve å dele opp problemet i flere ulike deler. Min undersøkelse syntes å peke i samme retning ved at dette er en strategi som i større grad blir anvendt av de sterke elevene.

Arbeide bakover

Det ble observert at flere sterke elever i undersøkelsen bruker strategien å arbeide bakover enn de svake i undersøkelsen. Solvang (1993) sier at det er svært vanlig å benytte arbeider bakover strategien kun på deler av en oppgave og man observerte at alle de fire elevene som brukte denne strategien på oppgaveløsingen kun gjorde det på deler av oppgave 3. På denne oppgaven benyttes strategien ved at eleven tar utgangspunkt i 17 og skal finne ut hva blyanten og pennen koster. Jeg tolker det derfor slik at det på deler av oppgaver kan være hensiktsmessig å bruke strategien hvor eleven arbeider bakover.

Illustrasjon/Konkretisering

Det ble observert at Anja og Anne bruker konkretisering ved at de skriver opp opplysningene i oppgaven systematisk for seg selv. Mason et al. (2010) sier at å overføre til en ny kontekst noen ganger kan føre til at elevene forstår problemer han ellers ikke ville ha forstått. Suydam (1989) sier at sterke elever er flinke til å bruke diagrammer for å systematisere opplysningene sine. Det kjennetegnet finner man ikke igjen hos elevene i undersøkelsen, men det er en måte å systematisere og trekke ut viktige opplysninger på å skrive opp opplysningene i oppgaven for seg selv. Jeg tolker denne teorien dithen at det er hensiktsmessig for elevene å på en eller annen måte systematisere opplysningene i oppgaveteksten og gjøre det som står i oppgaven mer forståelig for seg selv. Min undersøkelse peker i samme retning ved at det er kun de sterke elevene som skriver opp opplysningene systemtematisk for seg selv.

Introdusere hjelpeelementer

Det er kun Anne som det ble observert at introduserer hjelpeelementer. Anne sier på oppgave 3: ”Jeg tenker kroner i stedet for zed nå.” Fra Solvang (1993) sitt eksempel ser man at det kan være nyttig i noen tilfeller å introdusere hjelpeelementer for å forenkle oppgaven og gjøre den lettere å løse. Jeg tolker det derfor slik at det bør være en strategi som elevene vet å benytte seg av i aktuelle tilfeller.

Etablerte erfaringer

Like mange svake som sterke elever ble observert å benytte etablerte erfaringer ved løsning av en oppgave de står overfor. Disse elevene kommenterer ved løsningen av oppgavene at de har sett lignende ting før, og husker tilbake på hva læreren har sagt i timen og når de har løst slike oppgaver tidligere. Anne sier under utregningen av oppgave 1: ”Vi har jo lært litt om det så jeg skal prøve å tenke.” Videre sier hun på oppgave 2: ”Husker ialfall at hvis det ikke er noe tegn mellom så var det gange det har læreren fortalt oss.” Bente sier på samme oppgave: ”Det er i hvert fall det jeg husker at læreren har snakket om at det som er i parentes skal man regne ut først.” Når elever skal løse en oppgave har studier vist at de fleste prøver å huske tilbake på hva de skulle gjøre fra da de lærte å løse den typen oppgaver i stedet for å tenke selv på hvilken strategi som er mest hensiktsmessig (Sullenberg, 1983 ref. i Suydam, 1989). For elevene i undersøkelsen er det to elever fra hver gruppe som gjør dette, så for disse elevene er det ganske vanlig å tenke på hvordan de lærte å løse oppgaven fra eksempler.

Lithner (2003) sier at elever som bruker identifikasjon av likheter når de har hjelpemidler tilgjengelig gjerne bruker etablerte erfaringer når de står uten denne hjelpen. Alle elevene i Lithner (2003) sin undersøkelse brukte identifikasjon av likheter når de hadde lærebok. Fordi elevene i min undersøkelse ikke har noen hjelpemidler bruker de etablerte erfaringer, men det er det kun fire av seks som gjør. Lithner (2003) sier at utfordringen for eleven er å plukke ut den nødvendige informasjonen for å se likheter. De svakeste elevene overser lettere denne informasjonen sier han. I min undersøkelse kan man observere at på de to oppgavene de svake elevene bruker etablerte erfaringer, løser de ikke oppgaven. Mens de tre gangene den blir brukt av de sterke elevene blir oppgaven løst, nesten løst og ikke løst én gang hver. Dette tolker jeg som at det muligens også er vanskelig for de svake elevene i min undersøkelse å benytte seg av etablerte erfaringer strategien.

Utholdenhet

Det ble observert at de sterke elevene er mer utholdende ved løsning av oppgavene. De gav seg ikke så lett selv om de ikke fikk til oppgaven og hvis de hoppet over så gjorde de et helhjertet forsøk på å løse den da de gikk tilbake. Det er en fordel å ha god utholdenhet når eleven løser oppgaver fordi det er nyttig å stå fast da det bare gjennom det å stå fast, og at eleven klarer å akseptere situasjonen, han kan lære hvordan han kommer seg ut av den (Mason et al., 2010). Jeg tolker det derfor som at utholdenhet i oppgaveløsning øker elevens sjans for å klare å løse en slik oppgave neste gang. De sterke elevene får oftere til oppgaver og er kanskje oftere også inne på spor som kan føre til en løsning på problemet. Pólya (2004) sier at det er lettere å fortsette løsningsprosessen hvis eleven føler at han snart har løst problemet. Det kan derfor være at det er lettere for sterke elever å være utholdende. Jeg tolker det slik at det er en hensiktsmessig strategi for elevene å presse seg til å holde ut ved løsningen av en oppgave selv om det tilsynelatende ikke går fremover. Dette kan lønne seg for dem senere når de står overfor en lignende oppgave og det er større sjans for å få til en oppgave dersom de holder ut når de prøver å løse den.

5 Intervjuene

Spørsmålene fra intervjuene blir delt inn i Mason et al. (2010) sine entry-, attack- og review-faser. Disse spørsmålskategoriene blir presentert i den overnevnte rekkefølgen. For hver kategori blir det en presentasjon av resultatene, samt en analyse av disse ved sammenligning med teorien, tidligere presentert i kapittel 2. Mine egne tolkninger blir også trukket inn.

5.1 Entry

Forståelse

De tre sterke elevene sier de er bevisst på å forstå og lese oppgaveteksten nøye før de begynner å løse oppgaven. De svake elevene derimot sier de ikke alltid leser oppgaven nøye. Anja sier på spørsmålet om hvorfor hun forsikrer seg om at oppgaven er forstått rett: "Fordi det er veldig dumt hvis jeg setter i gang med masse utregninger og sånne ting når det egentlig er helt feil og unødvendig å gjøre det da og så er det jo spesielt dumt hvis jeg ikke oppdager at jeg har gjort feil og leverer inn feil på prøve." Anne sier på samme spørsmålet: "Fordi liksom hvis man leser en ting feil så kan hele svaret være feil og det er jo bare et svar i matte omtrent. Jeg leser oppgaveteksten om igjen for å forsikre meg." Anja sier på spørsmålet om hvor mange ganger hun leser oppgaveteksten: "Det spørres om jeg forstår den eller ikke. Hvis jeg forstår den med en gang så kan det hende at jeg leser den én gang til bare for å oppsummere og liksom forsikre meg om at jeg har forstått den. Ellers pleier jeg å lese den til jeg forstår den og hvis jeg ikke forstår den så går jeg videre og så går jeg heller tilbake. For å liksom oppsummere og hvilke tall var det jeg skulle ha med liksom. Hvis det er sånn mye i en oppgave, masse tall og masse sånn forskjellige ting man må huske på da. Så kan det hende jeg noterer meg sånne ting for å få oversikten. Men hvis ikke så bare leser jeg flere ganger." Anne sier på spørsmålet om hvordan hun prøver å forstå oppgaven: "Jeg prøver jo å tenke hvordan jeg skal gjøre oppgaven, mens jeg leser. Jeg gjør oppgaven og når jeg leser oppgaven så stopper jeg ofte opp liksom etter få ord. Og husker for eksempel da at pennen koster en zed mer enn en blyant og ikke mindre det er jo ganske stor forskjell."

Alle de sterke elevene sier de leser hele oppgaveteksten når de får en oppgave. Hos de svake elevene svarer alle tre at det varierer litt. Bente sier på spørsmålet om hun leser hele oppgaveteksten: "Det er ikke alltid jeg leser det så veldig godt. Det spørres liksom hvor dårlig

tid jeg har og sånn da. Men det har vært ganske mange ganger som jeg har bommet på grunn av jeg ikke har lest oppgaveteksten så godt. Ja, hvis jeg hadde lest hele teksten kunne jeg kanskje ha klart oppgaven. Eller det er noen ganger hvis jeg slurver litt da og så leser jeg bare først så bare å ja så gjør jeg det og så tenker jeg ikke noe mer over det. Hvis jeg leser for eksempel sånn Per har fire appelsiner og så mister han to for eksempel og så står det kanskje noe sånn, men så får han tilbake fem nederst, men så leser jeg ikke det. Så bare regner jeg ut det og så bare tenker jeg da er jeg ferdig.” Birger sier angående om han leser hele oppgaveteksten: ”Ja, vanligvis. Det hender at jeg bare gyver løs på det når jeg tror at jeg kan det. Og så viser oppgaven seg å være noe annet den viser seg å bli løst feil og så må jeg løse den om igjen. Av og til oppdager jeg det ikke før jeg har levert prøven. Det kommer helt ann på hva slags oppgave det er og om det er noe jeg kan fra før. Men vanligvis så setter jeg meg inn i det fordi jeg vet at jeg kommer til å gjøre det feil hvis jeg ikke leser det ordentlig godt igjennom.” På spørsmålet om hvorfor han ikke alltid setter seg inn i oppgaven svarer han: ”Litt tafatthet.”

Fra Suydam (1989), og fra elevene i undersøkelsen min, ser man at de elevene som presterer bra er opptatt av at de forstår hva oppgaven dreier seg om. Sterner og Lundberg (2002) sier at konstruktive lesere går tilbake og leser teksten om igjen hvis ikke de forstår den. Mason et al. (2010) sier det er viktig at elevene er bevisst på at entry-fasen alltid må eksistere og uten den er det vanskelig å løse oppgaven. Det kan derfra ut fra intervjuet se ut som de sterke elevene i undersøkelsen er bevisst på hvorfor det er hensiktsmessig å forstå oppgaveteksten før de begynner å løse den og at det er svært uheldig å slurve eller hoppe over entry-fasen. På bakgrunn av dette tolker jeg det som en hensiktsmessig strategi for elevene å lese teksten nøye samt å bruke god tid på å forstå teksten og spørsmålet i oppgaven.

Relevant informasjon

Det er to sterke og en svak elev som sier de plukker ut nyttig informasjon fra oppgaveteksten. Man kan derfor ikke se noe klart system for hvilke elever som konsentrerer seg om å plukke ut nyttig informasjon, men at det kan tyde på at det er mer utbredt blant de sterke elevene i undersøkelsen. Det er også slik at de to svake sier at de i noen tilfeller kan regne tall som den relevante informasjonen og kun plukke ut tallene uten å se på teksten de er en del av. Birger sier på spørsmålet om han plukker ut relevant informasjon i teksten: ”Jeg leser jo igjennom hele oppgaven og så ser jeg på det som er de viktige tallene gjerne. Det er mange oppgaver som bruker teksten for å skjule alt sånn som i oppgave 1. I stedet for bare å skrive de riktige

tallene så det er bare å utelukke nesten hele teksten.” Adam, Anja og Bente sier at de prøver å plukke ut relevant informasjon, mens Bård ikke sier at han er bevisst på å se etter relevant informasjon. Anne sier at hun nok er ganske dårlig på det. Anja sier: ”Jeg leser oppgaven og så ser jeg hva jeg på en måte trenger å ta med meg videre og hvilken informasjon som er viktig i svaret. For at jeg skal komme frem til det jeg skal frem til. Nei, altså jeg plukker ut det jeg selv trenger for å komme frem til svaret.”

Et av hovedproblemene når en elev skal løse en oppgave er å forstå hva oppgaven spør om (Mason et al., 2010). Schoenfeld (1992) sier det er vanlig at en gjennomsnittlig elev bruker kort tid på å lese og forstå oppgaven. Dette ser ut til å være lite hensiktsmessig ved at flinke elever i matematikk bruker mer enn halvparten av tiden på denne delen av oppgaveløsingen (Schoenfeld, 1992). Man ser at det her, i noe grad, er likhet med elevene i undersøkelsen ved at de sterke elevene i litt større grad enn de svake sier at de konsentrerer seg om den relevante informasjonen for oppgaven. På bakgrunn av funnene fra tidligere forskning og min undersøkelse tolker jeg det som en hensiktsmessig strategi å bruke god tid i entry-fasen.

Sterner og Lundberg (2002) sier at konstruktive lesere blant annet kjennetegnes ved at de finner ut hva oppgaveteksten handler om, hva de bør konsentrere seg om og hva som er viktig informasjon i teksten. Den viktige informasjonen konsentrere de seg ekstra om og leser den gjerne sakte flere ganger (Sterner & Lundberg, 2002). På grunnlag av dette tolker jeg det som at de sterke elevene, innenfor denne delen, sier at de er mer konstruktive lesere enn de svake. Dette fordi flere av dem sier de konsentrerer seg om den relevante informasjonen, og da er det ikke bare tallene de ser på. Dette er en fordel for dem fordi konstruktive lesere bruker hensiktsmessige strategier for å forstå teksten de leser (Sterner & Lundberg, 2002). Jeg anser det som vanskelig for de to svake elevene, som sier de plukker ut tallene, å forstå hvordan de skal bruke tallene når de er tatt ut av sammenhengen sin, og de bare blir brukt slik de tror de skal brukes. På bakgrunn av teorien og min undersøkelse ser jeg det som en hensiktsmessig strategi når elever skal forstå en oppgave at de konsentrerer seg om den informasjonen som i realiteten er viktig og klarer å plukke den ut. Hvis de ikke forstår informasjonen i oppgaven kan det være nyttig å lese den sakte flere ganger.

Vanskelige begreper

Alle elevene utenom Adam sier de prøver å forstå alle vanskelige begreper i teksten. Selv om elevene prøver å forstå de vanskelige ordene så er det ikke alltid de klarer det. Anja sier på

spørsmålet om det er viktig for henne å forstå vanskelige begreper: ”Ja, hvis jeg finner ut at det ordet er unødvendig og ikke noe å bry seg om det har ikke så mye å si for det jeg skal frem til så gidder jeg ikke å bry meg noe om det.” Bente svarer: ”Hvis det er noen vanskelige ord som jeg vet at jeg kan, men som jeg bare må huske eller komme på da at jeg har lest det et par ganger før jeg tenker over så tenker jeg litt sånn ja hvor var det fra og hvor kan jeg tenke meg at jeg har hørt det før. Men hvis det er sånne ord jeg aldri har hørt før så på en måte dropper jeg de litt tror jeg [uansett om de er nyttige for løsingen]. Eller hvis jeg ikke vet hva det betyr da vet jeg liksom ikke da har det jo egentlig ikke det så veldig mye nytte hvis jeg ikke vet hva det betyr og det har noe med prøven.”

Entry-fasens hovedoppgave er blant annet å finne ut hva spørsmålet egentlig spør om (Mason et al., 2010). I følge Sterner og Lundberg (2002) er det at eleven ikke forstår oppgaven den største årsaken til at en elev ikke klarer å løse en tekstoppgave i matematikk. En strategi for å forstå oppgaven er å fokusere på det han ikke forstår eller data oppgitt i oppgaven (Schoenfeld, 1989). For å forstå problemet må eleven forstå hva ordene og teksten i oppgaven betyr (Pólya, 2004). I Schoenfelds (1992) problemløsningsforsøk viste det seg at de flinkeste elevene i matematikk brukte betydelig lengre tid på å forstå oppgaven enn det de gjennomsnittlige elevene gjorde. Videre sier han at det gjerne er uttrykk eller detaljer i teksten hvor forståelsen svikter. Derfor tolker jeg det som en sentral strategi for å forstå oppgaveteksten at eleven forsøker å forstå vanskelige begreper i teksten, og da særlig hvis disse er relevant for forståelsen av oppgaven. Likevel kan det være en balanse mellom å henge seg opp i alle begreper og å klare å se hvilke begreper som er viktige for forståelsen og oppgaveløsingen. Det kan her tolkes som at alle de fem elevene, som sier de prøver å forstå vanskelige begreper, på dette punktet har samme mål som konstruktive lesere. Dette er en fordel fordi konstruktive lesere er flinke lesere (Sterner & Lundberg, 2002).

Visualisering og notering

De sterke elevene sier, i motsetning til de svake, at de oftere tegner opp figurer for å systematisere opplysninger i oppgaven og få mer oversikt. De sterke elevene sier også at de ved å tegne opp figurer lettere ser for seg ting som kan være litt uklart. Anja sier at hun tegner opp figurer selv om hun ikke blir bedt om det i oppgaven: ”Hvis det hjelper meg til å forstå så gjør jeg det. Det hender jeg gjør det for å liksom få oversikten og for at jeg ikke bare skriver opp alt i hodet og ikke husker det helt da. Så gjør jeg det for å få sånn system og oversikten egentlig.” Bente sier på samme spørsmålet: ”Ja. Hvis det er sånn brøk og sånn. Og ja da pleier

jeg noen ganger å tegne opp sånn kake og så dele inn og sånn da. Ja, og så en del, men ikke alltid da men det er sånn vi har jo noen ganger sånn ting som hjelper meg ikke sånn som jeg har lært eller noe da. Men er sånn mer jeg lager selv som jeg kom til å huske ting og sånn da.” Bente sier også som eneste elev at hun pleier å se på bilder eller snakkebobler i forbindelse med oppgaven etter at hun har lest oppgaveteksten.

Alle de sterke elever sier de kan se for seg figurer inne i hodet selv om de ikke tegner opp. Bente sier på spørsmålet om hun noen ganger ser for seg figurer inne i hodet: ”Jeg noen ganger så ser jeg det for meg, men hvis jeg først ser det for meg så pleier jeg å tegne det opp.” Birger og Bård sier de ikke ser figurer for seg inne i hodet, men bare ser tall. Birger sier: ”Jeg tenker bare tall ikke noe grafisk eller i bilder.” På bakgrunn av dette ser det ut som de svake elevene i min undersøkelse har et større fokus på tall enn de sterke elevene ved at de kun ser for seg tall og ikke bilder og, som sagt tidligere, at de plukker ut tall som den relevante informasjonen i oppgaveteksten.

Anja sier som den eneste av elevene at hun tar notater for å systematisere opplysningene. Anja sier når det er snakk om å forstå oppgaveteksten: ”Hvis det er sånn mye i en oppgave, masse tall og masse sånn forskjellige ting man må huske på da. Så kan det hende jeg noterer meg sånne ting for å få oversikten.”

Opptegning av figurer og skjemaer, samt ta notater er strategier for å forstå oppgaven (Mason et al., 2010). I likhet med det Suydam (1989) sier om at flinke matematikkelever systematiserer opplysningene og tegner diagrammer for å få oversikt gir de sterke elevene i undersøkelsen, på bakgrunn av sine svar, også inntrykk av at de er flinkere til å tegne opp figurer for å systematisere opplysninger i oppgaven, enn de svake elevene. Fordi de sterke elevene sier de benytter visualisering, og Anja sier hun også tar notater, mer enn de svake er de på dette punktet mer konstruktive lesere, noe som er en fordel fordi konstruktive lesere er strategiske og flinke lesere (Sternes & Lundberg, 2002). Jeg tolker disse teoriene som at det er hensiktsmessig å benytte seg av visualisering og notering som en strategi i oppgaveløsingen. Mine undersøkelser syntes å peke i samme retning ved at disse strategiene i større grad blir anvendt av de sterke elevene. På bakgrunn av dette ser jeg det som en lite hensiktsmessig strategi å tenke i tall i stedet for bilder slik to av de svake elevene sier at de gjør. Dette er uheldig med tanke på at visualisering kan hjelpe dem til å løse oppgaver de ellers ikke ville klart.

Tema for oppgaven

Det er bare Anja og Anne som svarer at de kan tenke på temaet i oppgaven. Det er derfor flere sterke enn svake elever i undersøkelsen som sier de tilnærmer seg en oppgave ved å tenke innenfor det temaet oppgaven befinner seg i når de skal løse en oppgave. Anja sier på spørsmålet om hun tenker på temaet for oppgaven: ”For da er det lettere å huske hvilke regler gjelder for prosent og regnemåter.” Hun sier videre at hun bare tenker i prosentmodus uten å skriver ned noe om temaet.

I entry-fasen er det hensiktsmessig for elevene å tenke på hva de kan fra før av som kan knyttes til oppgaven de står overfor (Mason et al., 2010). Sterner og Lundberg (2002) sier at en konstruktiv leser knytter oppgaven til ting han vet fra før og prøver å se teksten i sammenheng. Jeg tolker disse teoriene slik at det er en hensiktsmessig strategi for eleven å tenke på hva han kan fra før opp oppgaven og innbefattet i det ligger å tenke på temaet. Mine undersøkelser syntes å peke i samme retning ved at det kun er sterke elever som tenker på temaet for oppgaven.

5.2 Attack

Strategivalg

Når det gjelder hvor mange ulike fremgangsmåter elevene i undersøkelsen benytter når de får en oppgave sier de sterke elevene at de prøver en metode og ikke gir seg så lett med den før de prøver en ny. Resultatet av dette sier de blir bruk av få strategier. De svake elevene sier de prøver alle fremgangsmåter de kan når de får en oppgave. Flere av elevene sier, og på kryss av gruppene, at de bytter metode når de ser at de ikke klarer å løse oppgaven på den måten de holder på med. Birger svarer på spørsmålet om han prøver ulike fremgangsmåter på en oppgave: ”Ja, jeg går jo igjennom hele repertoaret for å si det sånn. Ja, ting som jeg kan tenkes og knyttes til det. Om jeg klarer den eller ikke [avgjør om jeg prøver en ny strategi]. Eller jeg går først over den måten jeg prøvde på for å se om det er noe jeg har gjort feil med den metoden før jeg går videre til noe nytt no.” Bård sier på samme spørsmålet: ”Jeg prøver ulike måter. Hvis den er vanskelig. Da gjør jeg det. [prøver en ny metode].”

Schoenfeld (1989) sier at flinke elever forkaster metoder som ikke fører frem og deretter prøver nye metoder. Dette ligner på hvordan de sterke elevene i undersøkelsen min sier at de

tilnærmer seg en oppgave ved at de prøver helhjertet på en metode før de prøver en ny. De svake elevene sier de også prøver en metode i likhet med Schoenfeld (1989) sine flinke elever, men ulikheten er at de haster gjennom alle metodene de husker uten noe særlig anstrengelse på hvert forsøk. Jeg tolker Schoenfeld (1989) slik at det er en hensiktsmessig strategi å prøve med stor anstrengelse på en metode før eleven prøver en ny hvis metoden viser seg å ikke føre frem. Mine undersøkelser syntes å peke i samme retning, ved at de sterke elevene har større likheter med Schoenfeld (1989) sin hensiktsmessige strategi enn de svake har.

Etablerte erfaringer og identifikasjon av likheter

Alle elevene sier det er vanlig for dem å bruke både identifikasjon av likheter og etablerte erfaringer ved oppgaveløsning. De svake elevene sier at hvis de kan eller ser en oppskrift som kan passe til oppgaven de skal løse er det stor sannsynlighet for at de benytter seg av den. Anne sier at hvis hun har regnet mange oppgaver som ligner på hverandre får hun etter hvert en erfaring om at det er sånn hun løser den typen oppgaver og benytter det når hun kommer ut for tilsvarende problemer. Videre sier hun: ”Ja. Det var jo denne [oppgave 2] her. Eller vi hadde jo lært flere ting som jeg husket at hvis det ikke stod et tegn mellom et tall og et stykke i parentes så var det gangning. Det har jeg jo lært før og det er sånne ting jeg husker. Jeg tror læreren sa det [tavleundervisning]. Det gjør jeg jo. [husker fra boken og undervisningen]. Men det gjaldt jo ingen av disse oppgavene her som jeg husker så godt.” Bente sier på spørsmål om hun har sett noen oppgaver tidligere som ligner på TIMSS-oppgavene hun løste: ”Jeg har sett noe som ligner på oppgave 1 og 2, men ikke noe som ligner på oppgave 3 med bokstaver og sånn. Jeg har sett når for eksempel læreren har gjennomgått ting på tavlen og lært oss og sånn så vi har jo jobbet med noe alla sånne stykker bare at det var mer sånn gangning og plussing og sånn at man skal regne ut pluss det som man ganger og sånn først. Gange og dele først og så pluss og sånn etterpå det i parentes og sånn [har jeg på en måte sett før].” På spørsmålet om eleven kan følge et eksempel som en oppskrift svarer Adam: ”Nei, eller jo jeg kan følge oppgaver som en oppskrift. Noen ganger så må jeg gå tilbake å se i skriveboka og da har vi skrevet ned mye. Og da kan jeg se i den for å løse [oppgaven].” Birger sier på spørsmålet om det er vanlig for han å benytte en oppskrift hvis han kan den: ”Jeg bruker veldig mye oppskrifter når jeg kan oppskriften.”

Lithner (2003) sier at elever som bruker identifikasjon av likheter når de har hjelpemidler tilgjengelig gjerne bruker etablerte erfaringer når de ikke har noen form for hjelp. Dette

samsvarer med min undersøkelse hvor alle elevene sa at de både brukte identifikasjon av likheter og etablerte erfaringer. Lithner (2003) fant i sin undersøkelse at det så ut som det var typisk for hans elever at de ønsket å lære oppskrifter for spesielle oppgaver, men ikke generelle idéer. Alle elevene i min undersøkelse sier det er vanlig for dem å bruke oppskrifter.

Forstå eksempel

Ved benyttelse av eksempler som hjelp sier de tre sterke elevene at de forsøker å forstå hvorfor det blir sånn i eksempelet, mens ingen av de svake gjør det. Birger sier på spørsmålet om han forsøker å forstå eksempelet han bruker som mal: ”Jeg bruker ikke veldig mye tid på å forstå det da. Fordi det er vel egentlig ikke så veldig mye poeng når det gjelder matten. Men jeg forstår jo sånn ca. hvorfor det er sånn jeg gjør det før jeg setter inn tallene.”

Pólya (1981) sier det er viktig at elevene forstår eksempelet han benytter og hvorfor det var nyttig i det aktuelle tilfellet. Elevene bør lære hensikten med en strategi når de lærer den for at den skal kunne overføres til en ny situasjon (Campion et al., 1989). Studier viser at de matematiske problemløsningsstrategiene elever undervises i ikke blir overført til nye områder selv om de er en generalitet (Wilson, 1967; Smith, 1973 ref. i Schoenfeld, 1992). Schoenfeld (1989) sier også at det ikke er særlig nyttig å kunne en metode hvis eleven ikke vet når han skal benytte den. Hvis eleven ikke forstår eksempelet, slik som mange av de svake elevene i undersøkelsen min sier at er tilfellet, er det vanskelig for dem å vite når de skal benytte eksempelet fordi de ikke forstår hva eksempelet gjør. Flinke elever i matematikk er undersøkende og skeptiske til argumenter som settes frem av andre (Schoenfeld, 1992). Mens svake elever gjerne aksepterer en idé de får som en løsning uten noen kritisk vurdering (Pólya, 1981). Dette stemmer med det både de sterke og svake elevene i min undersøkelse sier. Derfor tolker jeg det slik at det ikke er sikkert at strategiene fra et eksempel elevene i undersøkelsen benytter seg av blir overført til en ny situasjon selv om de sterke elevene forstår eksempelet. Det er derfor svært hensiktsmessig at elevene forstår eksempelet slik at de har større sannsynlighet for å kunne benytte strategien ved tilsvarende tilfeller senere.

Tenke selv

De sterke elevene gir i større grad, enn de svake, uttrykk for at de kan benytte metoder de kommer på selv. Likevel sier alle elevene som deltar i undersøkelsen, at de benytter ting de har sett eller benyttet før, som en mal. Anja sier på spørsmålet om hun kommer frem til

metoder ved å tenke selv: ”Ja, hvis jeg helt har glemt det så kan det hende jeg prøver å finne frem til en metode som virker logisk selv da.” Mens Bård derimot sier: ”Jeg bruker de jeg har sett før.” På spørsmålet om de benytter metoder de har sett eller benyttet før svarer Adam at det gjør han av og til, men spesielt på prøver. Anja sier hun prøver å bruke metoder hun har sett eller benyttet før litt som en mal. Birger sier: ”Ja, det gjør jeg nok. Prøver jeg noe nytt på nye oppgaver så prøver jeg gjerne noe nytt på sånn nye kompliserte oppgaver. For det er jo en grunn til at vi får dem det er jo fordi vi har lært noe om de i det siste ikke sant.”

I et studie utført av Sullenberg (1983) referert i Suydam (1989) kommer det frem at det er mest vanlig for elevene i studiet å løse oppgaver ved å huske tilbake på da de lærte oppgaven og hvordan de skulle løse den i stedet for selv å tenke på hensiktsmessige strategier. I undersøkelsen foretatt i forbindelse med denne masteroppgaven er det i likhet med Sullenberg (1983) referert i Suydam (1989) sin undersøkelse flere som løser oppgaver ved å tenke tilbake på tidligere erfaringer enn selv å tenke på hvilken strategi som er mest hensiktsmessig. En ulikhet mellom min og Sullenberg (1983) referert i Suydam (1989) sin undersøkelse er at de sterke elevene i min undersøkelse sier at de noen ganger selv kan tenke på hvilken strategi de tror er hensiktsmessig å benytte. En annen ulikhet mellom undersøkelsene er at det er vanligere blant de seks elevene i min undersøkelse å si at de benytte oppgaver som oppskrift eller mal i stedet for å løse problemet ut fra tidligere erfaringer slik som Sullenberg sine elever gjør.

5.3 Review

Benyttelse av løsningssjekk

Det er ulikt blant elevene i undersøkelsen hvor mye tid og arbeid de sier at de legger i å sjekke svaret sitt og se om det er logisk. De sterke elevene sier at de bruker tid på og ser nytten av å sjekke svarene og å se om svaret er logisk. De svake elevene sier at de kan være fornøyde bare de kommer frem til et svar, dette særlig hvis de selv syntes at oppgaven var lett eller de tror at de har løst den riktig. Da sier de at de gjerne kan skrive det ned og gå fort videre. Anja sier når det er snakk om å sjekke løsingen: ”Jeg sjekker om det er sannsynlig at det passer. Ja, at det er logisk. Om det er helt på jordet så får jeg regne på nytt. Ellers så skriver jeg det ned.” Bente sier: ”Hvis jeg først tror at jeg har riktig og jeg tenker meg sånn ja hva er det. Jeg tror at jeg bare tenker at da har jeg gjort den og så går jeg over på neste.”

Mason et al. (2010) sier det er viktig å være innom alle tre fasene og at review-fasen er den hvor eleven går gjennom løsingen. Schoenfelds (1992) problemløsningsforsøk viser at sterke matematikere stadig går innom etterprøvningsfasen og at det er den fasen de avslutter oppgaven i, mens den er fraværende hos de gjennomsnittlige elevene. Dette kan man se en lik tendens til hos elevene i min undersøkelsen hvor de sterke elevene i større grad sier at de bruker etterprøvningsfasen enn de svake. Det er derimot ikke helt likt for de gjennomsnittlige elevene i Schoenfeld (1992) sin undersøkelse og de svake elevene i min undersøkelse. De gjennomsnittlige elevene i hans undersøkelse var ikke innom etterprøvningsfasen, mens de svake i min undersøkelse sier de kan gå innom etterprøvningsfasen i situasjoner hvor oppgaven er vanskelig og de ikke vet om den er løst riktig. Pólya (1981) sier at svake elever lettere aksepterer den første idéen de får som løsningen og ikke vurderer den kritisk. Dette er delvis forenlig med de svake elevene i min undersøkelse. Likheten er at de svake elevene i min undersøkelse sier at hvis de tror at de har riktig og de synes at oppgaven er lett så vurderer de ikke løsingen kritisk fordi de da bare går fort videre. Derimot hvis oppgaven er vanskelig og de ikke tror at de har klart å løse den sier de at de vurderer løsingen selv om vurderingen kanskje ikke er så kritisk og hensiktsmessig. Jeg tolker disse teoriene slik at de anser etterprøving av løsingen som viktig og at løsingen bør vurderes kritisk. Mine undersøkelser syntes å peke i samme retning ved at dette stemmer mer overens med de sterke elevene.

Elementer i review-fasen

De sterke elevene sier at de som regel, på en eller annen måte, sjekker om svaret er riktig og logisk. Unntaket er Anja som sier at hun ikke alltid gjør det. De svake elevene sier også at de noen ganger sjekker svaret. De sier at for dem består ofte sjekking av svaret i å huske tilbake på hvordan oppgaven var og gjerne bare bruke overslag i hodet. På spørsmålet om elevene pleier å regne over oppgavene igjen etter at de er ferdig med å løse alle oppgavene svarer Anja: "Hvis jeg orker. Det hender jeg er så sliten at jeg bare blåser i det." Anne sier: "Ja. Jeg leverer jo aldri inn før liksom siste minutt." Bente sier: "Ikke regne over, men jeg pleier å se over. Og så ser jeg litt nøye ikke sant for noen ganger kan jeg regne da men pleier ikke å gjøre det så ofte." Birger svarer på spørsmålet om han sjekker svaret: "Nei, ikke så veldig mye. Det er nok bare overslag i hodet."

I følge Mason et al. (2010) består review fasen av tre aktiviteter som er å sjekke løsingen, reflektere over de viktigste idéene og øyeblikkene i løsingen av oppgaven, og utvide til en videre kontekst. Av disse aktivitetene er det kun å sjekke løsingen som de to gruppene i min

undersøkelse sier de benytter. Ut fra sine svar gir de sterke elevene inntrykk av å være bedre til å sjekke svarene sine, enn de svake. Dette fordi de oftere sjekker svarene og benytter metoder hvor de setter seg inn i oppgaven igjen og ikke bruker overslag.

Mason et al. (2010) nevner flere punkter eleven kan benytte for å sjekke løsningen. Det kan være å sjekke utregningen for feil, se om utregningene gjør det han ønsker, se om løsningen svarer på hele spørsmålet og å se om konsekvensene av hypotesene er fornuftige (Mason et al., 2010). Refleksjon av det eleven har gjort står sentralt for videre læring (Mason et al., 2010). Dette samsvarer ikke med hvordan de svake elevene sjekker løsningen sin fordi de i hovedsak benytter overslag og tenker tilbake i hodet. Derimot samsvarer det litt mer med de sterke elevene ved at de sjekker om løsningen er riktig og logisk.

Tid og fremgangsmåte

Bård sier at han sjekker svaret etter at han er ferdig med alle oppgavene og ikke rett etter at han er ferdig med den ene oppgaven. Han sier at han da gjerne prøver å løse oppgavene på en annen måte enn første gang. Bård sier på spørsmålet om han sjekker løsningen: ”Det gjør jeg etter at jeg er ferdig da går jeg gjennom [oppgaven]. Sjekker på en annen måte og hvis det ikke er prøve, så bruker jeg kalkulator for å finne det ut.” Han sier at han ikke sjekker de oppgavene han syntes var enkle om igjen. Han sier: ”Hvis den er veldig enkel så tenker jeg det [at jeg ikke går tilbake å ser over den igjen.] Jeg regner ikke, jeg bare sjekker [svaret].”

Når elevene eventuelt sjekker løsningene sine er det ulike tidspunkt og fremgangsmåte å gjøre det på og noen er mer hensiktsmessige enn andre (Mason et al., 2010). Den mest hensiktsmessige måten eleven kan benytte for å sjekke løsningen på, sier Mason et al. (2010), er å vente litt før han sjekker svaret slik at oppgaven kommer på avstand og ses klarere og da bør han prøve å løse oppgaven på en annerledes måte enn første gang. Man ser her at Bård er den eneste av elevene som sier at han bruker den måten Mason et al. (2010) sier er mest hensiktsmessig å sjekke løsningen på. Det er ingen av de andre elevene i undersøkelsen min som sier at de gjør dette. Derfor har Bård, på bakgrunn av disse to punktene, en ønskelig tilnærming til når og metoden han sjekker løsningen på.

Lesing av oppgaveteksten

Alle de sterke elevene, mens ingen av de svake sier at de leser oppgaveteksten om igjen når de går tilbake for å sjekke over oppgaven. Birger sier på spørsmålet om han leser

oppgaveteksten om igjen når har gått tilbake for å sjekke løsingen: ”Bare tar den som jeg husker den eller tar tallene.”

Det er svært viktig at eleven er aktive i entry-fasen og at han bruker god tid på å forstå oppgaven fordi denne fasen danner grunnlaget for en effektiv attack- og review-fase (Mason et al., 2010). Fra Schoenfeld (1992) sin undersøkelse ser man at de sterke elevene i større grad benytter seg av faser for å forstå oppgaven. Ut fra denne teorien tolker jeg det slik at det er viktig å lese oppgaveteksten for å kunne sjekke løsingen best mulig. Min undersøkelse peker i den samme retningen fordi de sterke elevene leser oppgaveteksten om igjen når de skal sjekke løsingen.

6 Sammenligning av resultater fra oppgave- og intervjudel

Dette kapitlet inneholder en sammenligning av de to foregående kapitlene hvor resultatene og analysen av disse, under henholdsvis oppgaveløsingen og intervjuet, ble presentert. Sammenligningen er inndelt etter Mason et. al (2010) sine entry, attack og review faser.

6.1 Entry

Strategier for å forstå oppgaven

Både i oppgave- og intervjudelen kommer det frem at de tre sterke elevene bruker mer tid og krefter enn de svake på å forstå oppgaveteksten og hva oppgaven spør om. Likheter mellom intervjuet og oppgaveløsingen er at de sterke i motsetning til de svake elevene er bevisst på å forstå oppgaveteksten og ikke bevege seg ut av entry-fasen før de har forstått oppgaven. Strategier som står sentralt hos dem, både i intervjuet og under oppgaveløsingen, er å få et overblikk over oppgaven og å lese om igjen til oppgaven er forstått.

Lesing av oppgavetekst

I intervjuet sier de sterke elevene at de alltid leser hele oppgaveteksten, mens de svake sier at de ikke alltid gjør det. På de utvalgte TIMSS-oppgavene ser man at dette stemmer bortsett fra for Bente som her ligner mer på de sterke elevene ved at hun alltid leser hele oppgaveteksten. Bente skiller seg en del ut fra to andre svake elevene også på andre områder og i likhet med de sterke elevene er hun i løsingen av oppgavene opptatt av å forstå innholdet, selv om hun i intervjudelen sier at hun kanskje ikke er det. Bente leser ofte om igjen teksten i oppgaveløsingen til hun forstår den og dette avviker fra det hun sier i intervjudelen om at hun ikke alltid leser hele oppgaveteksten før hun prøver å løse oppgaven.

Viktig informasjon

Det er avvik mellom hva elevene sier de gjør og hva de faktisk gjør når de løser TIMSS-oppgavene angående viktig informasjon i teksten. Ved løsingen av oppgavene konsentrerte alle de sterke elevene, og Bente, seg om å forstå vanskelige begreper. Avvikende fra dette sa alle elevene utenom Adam, i intervjuet, at de konsentrerte seg om vanskelige begreper. Det

vil si at Anja, Anne og Bente er de elevene som har samsvar mellom oppgaveløsning og intervjudel når det gjelder om de forsøker å forstå vanskelige begreper. Adam, Anja og Bente sier i intervjuet at de konsentrerer seg om relevant informasjon, men i oppgaveløsningen gjør alle de sterke elevene og Bente det. Det vil si at Anne konsentrerer seg om relevant informasjon i oppgaveløsningen, men er ikke bevisst det, for i intervjuet sier hun at hun ikke gjør det. Birger og Bård sier i intervjuet at de konsentrerer seg om den relevante informasjonen, men de mener at det er tallene som er relevante, noe det kanskje ikke er i alle tilfeller. Det vil si at Birger og Bård noen ganger kan tro at de konsentrerer seg om den viktige informasjonen og at de ser på vanskelige begreper og relevant informasjon, selv om de kanskje ikke gjør det.

Konstruktive leseres strategier

Strategier som Sterner og Lundberg (2002) sier at konstruktive lesere anvender er understrekning av ord eller setninger, repetere ord og setninger, ta notater, visualisere, uttrykke teksten i egne ord og stille spørsmål. I intervjudelen sier Anja at hun tar notater for å forstå innholdet i oppgaven, men denne strategien benytter hun ikke når hun løser oppgavene. I stedet bruker de sterke elevene strategien hvor de repeterer ord og setninger og sammen med Bente stiller de også spørsmål til seg selv for å forstå, når de løser oppgavene. Dette er to strategier som de ikke sier noe om at de bruker i intervjudelen. Anja og Anne sier i intervjudelene at de kan tenke på temaet for oppgaven når de skal løse oppgaven, men denne strategien benyttet de ikke da de skulle løse TIMSS-oppgavene. Selv om de sterke elevene og Bente sier de kan tegne opp figurer for å systematisere opplysningene kommer heller ikke denne strategien til syne i oppgaveløsningen. I intervjuet sier de sterke elevene at de kan bruke visualisering for å forstå oppgaven bedre. Denne strategien var det ingen av elevene som benyttet under oppgaveløsningen.

6.2 Attack

Anvendelse av løsningsstrategier

Det er ulikhet mellom hva elevene sier i intervjuet og hva de gjør under oppgaveløsningen når det gjelder hvor mange ulike strategier de bruker. I intervjuet sier de sterke elevene at de bruker få strategier, men prøver iherdig på hver av disse, mens de i oppgaveløsningen bruker flere strategier enn de svake elevene. Under oppgaveløsningen bruker de svake færrest

strategier, men i intervjuet sier de at de prøver hele repertoaret de har av strategier når de skal prøve å løse en oppgave. Det kan være at de svake elevene har et mindre repertoar av strategier slik at de i oppgaveløsingen faktisk prøver alle de strategiene de har. Ut fra tabell 4.6 over løsningsstrategier brukt på oppgave 1, 2 og 3 ser man at de svake elevene bruker flere av de lite hensiktsmessige strategiene som Sowder (1988) referert i Sowder (1989) beskriver.

Etablerte erfaringer

Mellom intervjuet og oppgaveløsingen kan man se at det er flere strategier som elevene ikke sier noe om i intervjuet, men som blir brukt under oppgaveløsingen. Det samme gjelder for den motsatte veien. Den eneste strategien som nevnes i begge delene av undersøkelsen er etablerte erfaringer.

Under oppgaveløsingen ser man at det er like mange sterke som svake elever som bruker erfaringer som de har fått ved å løse mange oppgaver som ligner. Likevel sier alle elevene at de benytter denne strategien i intervjuet. Det er forskjell mellom det både Adam og Birger sier i intervjuet og gjør ved oppgaveløsingen, ved at de sier i intervjuet at de bruker etablerte erfaringer noe de ikke gjør ved oppgaveløsingen. Det kan imidlertid være at ikke elevene hadde regnet tilstrekkelige med oppgaver for at de kunne ha fått en erfaring av hvordan TIMSS-oppgavene kunne løses og derfor ikke fikk vist at de benyttet seg av strategien.

6.3 Review

Hensiktsmessig bruk av review-fasen

Både ut fra intervjuet og oppgaveløsingen får man inntrykk av at de sterke elevene i vesentlig større grad benytter seg av review-fasen og etterprøvning enn det de svake gjør. Likevel kan man både i intervjuet og under oppgaveløsingen se at alle elevene i undersøkelsen har mer eller mindre utviklingspotensial for å, i følge Mason et al. (2010), få en hensiktsmessig review-fase. De sier at review-fasen består av tre aktiviteter som er å sjekke løsingen, reflektere over de viktigste idéene og øyeblikkene i løsingen av oppgaven, og utvide til en videre kontekst (Mason et al., 2010). Av disse aktivitetene blir sjekking av løsning benyttet både i oppgaveløsingen og sagt i intervjuet at benyttes av både Adam og Anne. Anja sier i intervjuet at hun ikke alltid sjekker svare. Dette skiller seg i stor grad for det som blir observert under oppgaveløsingen hvor hun er den av elevene som deltar i undersøkelsen med

totalt sett de mest hensiktsmessige strategiene for evaluering av løsingen. Hos de svake er det heller ikke samsvar mellom intervju og oppgaveløsning. De svake elevene sier i intervjuet at de sjekker svaret hvis oppgaven er vanskelig eller de tror at de ikke har fått den til. Fra oppgaveløsningen og tabell 4.2, 4.3 og 4.4 over faser elevene er innom i løpet av løsningsprosessen kan man se at selv om de svake elevene ikke fikk til en oppgave så var de ikke av den grunn noe mer innom etterprøvningsfasen.

Den andre aktiviteten til Mason et al. (2010) som er å reflekter over de viktigste idéene og øyeblikkene nevnes ikke av noen av elevene under intervjuet at de benytter. Til forskjell brukte de sterke elevene denne strategien under oppgaveløsningen. I likhet med det som ble sagt i intervjuet, så utvidet ikke noen av elevene til en videre kontekst under oppgaveløsningen.

Tid og fremgangsmåte

I intervjuet sier Bård, som den eneste av elevene, at han går tilbake til oppgavene til slutt å sjekker løsingen etter å ha fått de litt på avstand. Under oppgaveløsningen kan man ikke observere at han gjør dette, men i stedet at det er Anja som systematisk går gjennom oppgavene til slutt. En annen ting som heller ikke ble observert under oppgaveløsningen, men som Bård sa under intervjuet, var at han pleide å bruke en annen metode når han skulle sjekke svaret enn den han opprinnelig brukte da han løste oppgaven. Under oppgaveløsningen ble det ikke observert han at gjorde det, men at Anne gjorde dette i stedet.

7 Konklusjon

I dette kapitlet kommer det først et sammendrag av undersøkelsen før det svares på forskningsspørsmålet. Det blir så sagt litt om styrker og svakheter ved masteroppgaven før muligheter for videre forskning tas opp.

7.1 Sammendrag av undersøkelsen

I denne masteroppgaven har løsningsstrategiene i matematikk til seks elever på begynnelsen av 9. trinn blitt undersøkt. Disse elevene inneholder to grupper hvor den ene består av tre sterke og den andre av tre svake elever. Alle elevene fikk hver for seg først tre TIMSS-oppgaver som de skulle løse. Oppgavene var på tre ulike nivåer og de ble bedt om å snakke høyt om hvordan de tenkte mens de løste oppgavene. Oppgaveløsingen foregikk ved at elevene alene løste oppgaven uten noen form for hjelpemidler eller hjelp fra meg. I denne delen av undersøkelsen var jeg kun observatør mens det elevene sa ble tatt opp på diktafon. TIMSS-oppgavene var alle valgt fra temaet algebra og dekket av den norske læreplanen.

Da elevene sa seg ferdig med oppgaveløsingen gikk vi direkte over i en intervjudel hvor jeg intervjuet dem hver for seg. Etter at alle elevene hadde vært gjennom oppgaveløsingen og intervjuene transkriberte jeg lydopptaket. Senere finleste jeg dette og systematiserte opplysningene i tabeller for å få bedre oversikt over strategiene som ble brukt i oppgaveløsingen og snakket om i intervjuet av de ulike elevene.

7.2 Konklusjon

Temaet for min masteroppgave var å undersøke hvilke strategier sterke og svake elever brukte da de løste matematikkoppgaver. Det gjorde jeg ved å studere løsningsstrategier som tre sterke og tre svake elever brukte. Mitt forskningsspørsmål var derfor: **”Hva kjennetegner noen sterke og svake elevers bruk av strategier ved løsning av matematikkoppgaver?”**

Fra undersøkelsen ser man at de sterke og svake elevene skiller seg fra hverandre i bruk av strategier ved løsning av matematikkoppgaver i både entry-, attack og review-fasen. Derfor har jeg valgt å presentere konklusjonen med en slik inndeling.

Entry

I entry-fasen er det en ulikhet mellom elevgruppene at de sterke elevene bruker lengre tid og mer hensiktsmessige strategier for å forstå innholdet enn de svake elevene i undersøkelsen. Både Mason et al. (2010) og Schoenfeld (1989) sier i samsvar med det de sterke elevene her gjør at det er nyttig å bruke ulike strategier for å forstå. Fordi entry-fasen danner grunnlaget for attack- og review-fasen (Mason et al., 2010) tolker jeg det som uheldig for løsning av oppgaver at det slurves i denne fasen. Noe som Pólya (2004) også bekrefter ved at han sier det er svært viktig at elevene får klarhet i hva oppgaven spør om før de begynner å løse den. I undersøkelsen kan de svake elevenes små anstrengelser for å forstå oppgaven resultere i at de dropper å lese hele oppgaveteksten, i motsetning til de sterke elevene som alltid leser hele oppgaveteksten og gjerne går tilbake og leser den flere ganger til de forstår. Dette samsvarer med de funn som ble gjort i Schoenfeld (1992) sin undersøkelse hvor de sterke elevene ikke gikk inn i gjennomføringsfasen før oppgaven var forstått, mens den gjennomsnittlige eleven ikke så viktigheten av å forstå oppgaveteksten i like stor grad. Det samsvarer også med Sterner og Lundberg (2002) som sier at gode lesere går tilbake og leser oppgaven om igjen hvis de ikke forstår den.

De sterke elevene benytter seg i større grad av strategier for å forstå oppgaveteksten og hva oppgaven spør etter, enn de svake. Sterner og Lundberg (2002) sier at konstruktive lesere anvender understrekning og repetisjon av ord eller setninger, ta notater, visualisere, uttrykke teksten i egne ord og stille spørsmål. Av disse strategiene kan man observere fra oppgaveregningen at alle utenom én av de svake elevene bruker en eller flere av disse strategiene. Alle de sterke elevene og en av de svake elevene benytter seg av repetisjon av ord og setninger samt å stille spørsmål. Den andre svake eleven benytter seg kun av strategien hvor han stiller spørsmål av de overnevnte strategiene til Sterner og Lundberg (2002). Fra intervjuet sier de sterke elevene at de også benytter seg av visualisering, samt at en av de sterke elevene tar notater for å systematisere opplysningene i oppgaven. I motsetning til de sterke elevene som sier de benytter seg av visualisering sier to av de svake elevene at de kun ser for seg tall og trekker ut tall som den viktige informasjonen i oppgaveteksten uten å se disse i sammenheng med teksten.

En annen strategi som to av de sterke elevene under intervjuet sier at de benytter er at de tenker på temaet for oppgaven. Denne strategien kan ses i sammenheng med Sterner og Lundberg (2002) som sier at konstruktive lesere knytter oppgaven til ting han vet fra før.

Samt Mason et al. (2010) som sier at det kan være hensiktsmessig for elevene å tenke på hva som kan knyttes til oppgaven av ting de vet fra før.

Attack

Elevgruppene i undersøkelsen skiller seg fra hverandre i attack-fasen ved at de svake elevene hurtig går gjennom det repertoaret av strategier som de besitter. De sterke elevene i undersøkelsen prøver derimot iherdig på en strategi før de prøver nok en strategi hvis den første ikke fører frem. Jeg ser det som hensiktsmessig å prøve hver strategi en god stund, slik de sterke elevene gjør, før de eventuelt gir seg. I tillegg til resultatene fra min undersøkelse underbygges også dette av Mason et al. (2010) som sier at det er bare ved at eleven står fast og aksepterer situasjonen at han kan lære noe av den. Mange av strategiene som utgjør de svake elevene i undersøkelsen sitt repertoar er heller ikke hensiktsmessige å benytte. Dette kan sammenlignes med Sowder (1988) referert i Sowder (1989) som har utformet syv strategier elever i hans undersøkelse bruker for å velge metoder de skal løse oppgaven med. Av disse strategiene er fire av dem lite hensiktsmessige og disse benyttes hovedsakelig av både de svake elevene i hans og min undersøkelse.

De sterke elevene i undersøkelsen benytter flere strategier ved løsingen av TIMSS-oppgavene. Dette samsvarer med studier av problemløsningsoppførsel som indikerte at elevers anvendelse av problemløsningsstrategier er svakt positivt korrelert med prestasjoner på ferdighetstester (Kantowski, 1977; Kilpatrick, 1967; Lucas 1974, ref. i Schoenfeld, 1992).

Både de sterke og svake elevene benytter seg i like stor grad av etablerte erfaringer. Av andre løsningsstrategier er det vesentlig flere som blir benyttet av de sterke elevene enn de svake. Løsningsstrategier som i større grad blir observert under oppgaveregningen at blir benyttet av de sterke elevene er gjett, sjekk og generaliser, analogi/sammenligning, utforske betingelsene, decompose og recompose, arbeide bakover, illustrasjon/konkretisering og introdusere hjelpelementer. Spesialisering blir anvendt av en elev fra hver gruppe så under oppgaveregningen i min undersøkelse var det en like vanlig strategi i begge gruppen.

De sterke elevene i undersøkelsen har også større utholdenhet ved løsning av oppgaver. De bruker lengre tid og gir ikke opp så lett når de forsøker en strategi. Dette kan henge sammen med det Pólya (2004) sier om at hvis eleven ikke føler han får til noe på oppgaven gir han gjerne opp. Eller som Sowder (1989) sier så gir elever gjerne opp hvis de ikke vet hva de skal gjøre.

Review

Review-fasen er for de fleste svake elevene i undersøkelsen fraværende, mens den for de sterke elevene som oftest benyttes på de fleste oppgavene. De svake elevene sin mangel på evaluering av løsning samsvarer med det Schoenfeld (1992) fant i sin undersøkelse om at gjennomsnittlige elever ikke benyttet seg av evalueringsfasen, mens det gjorde den flinke problemløseren. Review-fasen er viktig for å evaluere løsningen og se om det er sannsynlig at oppgaven er løst riktig (Pólya, 2004). Jeg tolker det derfor som at det kan være et problem at denne fasen i liten grad blir benyttet av de svake elevene. Dette særlig fordi Mason et al. (2010) sier at refleksjon over det som er gjort er nødvendig for å lære av erfaringene.

De sterke elevene i undersøkelsen benytter som regel etterprøving og evaluering av løsning når de anser oppgaven som løst. Dette anbefaler Mason et al. (2010). Den flinke eleven som presterer best på TIMSS oppgavene er den eneste som systematisk går gjennom oppgavene til slutt. Hun har også en tendens til å gå direkte fra gjennomføringsfasen til etterprøvningsfasen for de fleste oppgavene hun løser og hun er også den eleven som får til flest av TIMSS-oppgavene. De sterke elevene samsvarer med det Schoenfeld (1992) fant i sin undersøkelse om flinke matematikere.

De sterke elevene sjekker utregningene sine og de reflekterer delvis også over løsningen sin. Dette er to av tre aktiviteter som Mason et al. (2010) mener at det er ønskelig at review-fasen skal inneholde. Den siste aktiviteten er å utvide til en videre kontekst (Mason et al., 2010). De svake elevene benytter seg ikke av noen av disse aktivitetene i oppgaveløsningen, selv om de under intervjuet sier at de kan sjekke svaret hvis oppgaven er vanskelig eller de tror de ikke har klart å løse oppgaven.

Mason et al. (2010) sier det er hensiktsmessig å sjekke svarene en stund etter at oppgaven er løst og da gjerne på en annen måte enn den opprinnelige. Det er kun en sterk elev som sjekket svaret litt etter at oppgaven først var løst, mens den eneste som prøvde å løse oppgaven på en annen måte da hun skulle sjekke svaret var en annen sterk elev. Disse strategiene for å sjekke oppgaveløsningen er ikke i nevneverdig grad utbredt hos noen av elevgruppene, selv om de i et tilfelle hver ble brukt av en sterk elev.

7.3 Refleksjoner på undersøkelsen og videre forskning

I denne masteroppgaven har jeg benyttet meg av oppgaver fra TIMSS 2007 til å foreta en kvalitativ undersøkelse av løsningsstrategier elevene bruker. Gjennom bruken av TIMSS 2007-oppgavene har det vært en kvalitetssikring av oppgavene som vanskelig kunne ha blitt foretatt på egenhånd. Jeg har ut fra TIMSS-oppgavene kunnet velge de oppgavene jeg syntes var hensiktsmessige for den undersøkelsen jeg skulle foreta. I ettertid kan man se at oppgavene generelt kanskje var på et litt høyere nivå enn ønskelig. Ut fra tabell 4.1 over hvilke oppgaver elevene fikk til ser man at totalt sett var det mange oppgaver som elevene ikke løste. Ved valg av andre oppgaver kunne kanskje de svake elevene ha fått vist seg mer frem og derfor gitt et tydeligere bilde av sine løsningsstrategier. Jeg ser også at elevenes svar på intervjuet ikke alltid samsvarte med hvordan praksisen deres var da de løste de tre TIMSS-oppgavene de fikk. Det kan tyde på at de enten sier noe som ikke stemmer med praksis for å for eksempel svare slik de tror er ønskelig for å fremstå som flinkere enn de er, eller det kan tyde på at oppgavene ikke gav dem mulighet til å vise at de faktisk bruker den strategien de sier i intervjuet.

Denne masteroppgaven gir ikke grunnlag for å si noe generelt om tendensen blant norske 14-åringer. Undersøkelsen og dens resultater er farget av de seks elevene som deltok i undersøkelsen. Hvis jeg hadde undersøkt andre elever hadde man fått andre svar og trolig også litt andre resultater. Selv om det i hver gruppe er en elev som skiller seg ut fra de to andre så mener jeg at undersøkelsen kan være med på å gi et bilde av hvordan noen elever i 14-årsalderen bruker løsningsstrategier. Senere kan undersøkelsen være utgangspunkt for videre forskning.

Det har vært svært utfordrende å begrense undersøkelsen, og lite skal til for å utdype og nyansere den. I undersøkelsen finner man ulikheter mellom sterke og svake elever som mulig kan være årsaken til ulike prestasjoner mellom de to gruppene. Man ser ikke på om de ulikhetene som ble funnet i undersøkelsen har noen innvirkning på prestasjonene. Det kan derfor være interessant og nyttig å se på om de svake elevene sine prestasjoner blir forbedret hvis de blir trent i å for eksempel bruke god tid i entry- og review-fasen og undervist i hensiktsmessige strategier innenfor disse fasene.

I undersøkelsen kan man også se at det er ulikheter i strategier elevene bruker for å forstå oppgaveteksten. Det har ikke blitt foretatt noen lesetest i forbindelse med undersøkelsen så det er derfor ikke mulig å se noen sammenheng mellom elevenes prestasjoner på lesetester og

deres bruk av løsningsstrategier. Det kan være spennende å foreta forskning på denne sammenhengen. Disse utvidelsene hadde ført til at masteroppgaven ble alt for omfattende, men det oppfordres til videre forskning på området.

Litteraturliste

- Alseth, B. (1994). *Problemløsning og Kognitiv Kontroll*. Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk. Universitetet i Oslo: Oslo.
- Campione, J. C., Brown, A. L. & Connell, M. L. (1989). Metacognition: On the Importance of Understanding What You Are Doing in R. I. Charles og E. A. Silver (red.) *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston: National Council Of Teachers of Mathematics.
- Cuoco, A. (2008). Introducing Extensible Tools in High School Algebra i C. E. Greenes (red.) *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth Yearbook*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Grønmo, L. S. (2009) Hovedfunn og trender i TIMSS 2007 i L. S. Grønmo og T. Onstad (red.) *Tegn til bedring: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007*. Oslo: Unipub.
- Grønmo, L. S. & Bergem, O. K. (2009a) Et matematikdidaktisk perspektiv på TIMSS i L. S. Grønmo og T. Onstad (red.) *Tegn til bedring: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007*. Oslo: Unipub.
- Grønmo, L. S. & Bergem, O. K. (2009b) Prestasjoner i matematikk i L. S. Grønmo og T. Onstad (red.) *Tegn til bedring: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007*. Oslo: Unipub.
- Imsen, G. (2005). *Elevenes verden: innføring i pedagogisk psykologi*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Krummheuer, G. (1995). The Ethnography of Argumentation i P. Cobb og H. Bauersfeld (red.) *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kvale, S. (1997). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Ad notam Gyldendal
- Lithner, J. (2003). Students' mathematical reasoning in university textbook exercises. Nederland: Kluwer Academic Publishers.
- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically*. Harlow: Pearson Education Limited.
- Ollerton, M. (2003). *Getting the Buggers to Add Up*. New York: Continuum.
- Onstad, T. & Grønmo, L. S. (2009) Rammeverk og metoder i L. S. Grønmo og T. Onstad (red.) *Tegn til bedring: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007*. Oslo: Unipub.

- Pólya, G. (1981). *Mathematical Discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. New York : Wiley.
- Pólya, G. (2004). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1989). A Brief and Biased History of Problem Solving i F. R. Curcio (red.) *Theaching and Learning: A problem-solving Focus*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics i D. Grouws (red.) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Solvang, R. (1993). Problem solving – a teaching and working method in school mathematics i *Selected topics from mathematics education, [1]: lectures given at Jan Evangelista Pırkyne University Ustinad Lahem, Czechoslovakia 1992*. Oslo: University of Oslo, Centre for Teacher education an In-service Training.
- Sowder, L. (1989) Choosing Operations in Solving Routine Story Problems i R. I. Charles og E. A. Silver (red.) *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sterner, G. & Lundberg, I. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.
- Suydam, M. N. (1989) Indications from Research on Problem Solving i F. R. Curcio (red.) *Theaching and Learning: A problem-solving Focus*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Vedlegg 1: Orientering til elevene i forkant av undersøkelsen

Til elever, foreldre og foresatte på 9. trinn.

Undersøkelse om elevers løsningsstrategier

Jeg holder på med en masteroppgave i matematikdidaktikk på Universitetet i Oslo. I den forbindelse skal jeg se på hvordan elever på 9. trinn går frem for å løse oppgaver i matematikk. Det vil være seks elever som vil bli tatt ut av klassen i omtrent en halv time for å løse tre matematikkoppgaver. Senere vil de samme elevene bli intervjuet i omtrent en time om hvordan de gikk frem for å løse disse oppgavene. Det som kommer frem under oppgaveløsingen og intervjuene vil jeg bruke i masteroppgaven min.

Resultatene vil ikke bli brukt i vurderingen av elevene, men skal brukes til å forbedre vår forståelse av elevenes tankegang og dermed forbedre undervisningen. Undersøkelsen er anonym og verken skolen eller elevene vil kunne gjenkjennes i min masteroppgave.

Faglæreren i matematikk har gitt meg tillatelse til å gjøre denne undersøkelsen i hans undervisning.

Ønsker eleven eller de foresatte at eleven ikke skal delta i undersøkelsen, bes foresatte kontakte faglærer i matematikk.

Med vennlig hilsen

Ingunn Abusdal

ingunabu@student.matnat.uio.no

93 68 34 32

Vedlegg 2: Spørsmål til intervju

1. Hva synes du om oppgavene?
 - a. Var de vanskelige eller lette?
 - b. Hvilke var vanskeligst/lettest?
2. Hva var vanskeligst/lettest med oppgave 1?
3. Hva var vanskeligst/lettest med oppgave 2?
4. Hva var vanskeligst/lettest med oppgave 3?
5. Forventer du å få til oppgaven før du begynner på den?
6. Hva er det som gjør at du får lyst til å jobbe med en oppgave?
7. Forsikrer du deg om at oppgaven er forstått rett?
 - a. Hvorfor/hvorfor ikke?
 - b. Hvordan forsikrer du deg om at oppgaven er forstått rett?
 - c. Hvordan bestemmer du hva som er nyttig/relevant for løsning av oppgaven?
 - d. Plukker du ut kun nyttig informasjon fra oppgaveteksten før du løser oppgaven?
8. Leser du hele teksten på oppgaven før du begynner å løse den?
 - a. Eller leser du bare deler av den og plukker ut det du tror er viktigs i oppgaveteksten?
 - b. Hvordan bestemmer du hva som er viktig for løsningen av oppgaven?
 - c. Hvor mange ganger pleier du å lese oppgaveteksten?
 - d. Hva gjør du mellom de gangene du leser oppgaveteksten?
9. Prøver du å forstå alle begrepene i teksten før du begynner å løse oppgaven?
10. Hva er det første du gjør når du får en oppgave?

- a. Er det noe du alltid pleier å gjøre når du får oppgaven?
- b. Hva var det første du gjorde når du så disse oppgavene?
- c. Var det likt/ulikt for oppgave 1,2,3?

11. Bruker du noen ganger tegninger for å løse oppgavene?

12. Tegner du bare opp hvis du blir bedt om det i oppgaven (altså det er en del av svaret)?

13. Hvis ikke du tegnet opp, ser du for deg tegninger i hodet da?

14. Prøver du ulike måter å løse oppgavene på hvis ikke du får til å løse oppgaven med en gang?

- a. I tilfellet hvor mange forskjellige måter?
- b. Kun den første du kommer på?
- c. I hvilken rekkefølge prøver du måtene å løse oppgavene på?
- d. List opp en liste over alle
- e. Er det en sammenheng mellom hvilke du prøver først?
- f. Hva avgjør om du prøver en ny strategi?

15. Hva gjør du hvis du ikke med en gang klarer å løse oppgaven (for eksempel på en prøve)?

- a. Går du videre til neste spørsmål/oppgave?
- b. Prøver du å løse oppgaven på en annen måte hvis du ser at du ikke får til å løse oppgaven slik du først tenkte?
- c. Bruker du alltid samme strategi/fremgangsmåte når du løser oppgavene?
- d. Går du tilbake til oppgaven igjen senere?
- e. Hvis du går tilbake til oppgaven senere prøver du da samme metode som forrige gang (for kanskje du bare har regnet feil) eller prøver du en/flere nye løsningsmetoder?
- f. Begynner du alltid fra toppen på en prøve eller tar du de som du synes ser lettest/gøyest ut?

16. Når du har funnet det svaret du tror er riktig. Hva gjør du da?

- a. Leser du oppgaven på nytt for å forsikre deg om at du har svart på alle spørsmålene?
 - b. Sjekker du svaret mot spørsmålet da eller er du ferdig med oppgaven fordi du har funnet et svar?
 - c. Pleier du å sjekke på en eller annen måte om svaret er riktig?
 - d. Tenker du på om det er logisk det du har kommet frem til?
 - e. Er det noe som alltid er det siste du gjør med en oppgave før du sier at du er ferdig med den?
 - f. Pleier du å regne over oppgavene igjen når du har regnet alle oppgavene?
17. Kan du huske å ha sett noen oppgaver før som ligner på de du fikk?
- a. Hvor så du disse? (tavleundervisning, oppgaver i boken eller andre steder)
 - b. Husker du hvordan du løste disse fra sist gang du så de? (EE)
 - c. Brukte du det du lærte fra da du så de tidligere? (EE)
18. Når du løser oppgaver hjemme/på skolen i timene, pleier du da å finne oppgaver som ligner i læreboken og kladdeboken og så følge disse som en slags oppskrift? (IS, Identifikasjon av likheter)
- a. Kopierer du bare oppgavene eller ønsker du å skjønne hva de dreier seg om før du bruker de som en oppskrift?
19. Løser du oppgaver med måter du har brukt sett før? (kjente og trygge måter)
20. Bruker du kun metoder som du har lært i timen eller finner du på måter å løse oppgavene på selv når du får oppgavene?
21. Fant du selv frem til måten du brukte for å løse oppgavene?
- a. Hvilke oppgaver var det du eventuelt ikke fant frem til metoden for selv?
22. Kommer du på løsninger fra tidligere erfaringer om at det er sånn det alltid er man løser slike oppgaver? (EE etablerte erfaringer)
23. Bruker du oppskrifter som du husker i hodet fra eksempel når du løser oppgaver på prøver?

24. Mest vanlig måte er oppskriftsmåte?

25. Hvordan forbereder du deg til en prøve?

26. Når du ser på en oppgave pleier du da å tenke på hva du vet om det temaet og kanskje skrive det ned? For eksempel hvis du skjønner at oppgaven dreier seg om prosent. Skriver du da ned hva du vet om prosent.

27. Eller den generelle formelen før du regner ut det spesielle tilfellet?

28. Hvis du skal regne ut noe og det er vanskelige tall prøver du noen ganger med enklere tall og ser om du klarer det før du prøver med de som er oppgitt i oppgaven? For eksempel finne 1% i stedet for 34,6%?